

**Методические рекомендации по совершенствованию преподавания
учебного предмета «Математика (профильный уровень)» на основе
анализа результатов ЕГЭ - 2026 в Кировской области**

*Рягтель Александра Владимировна,
канд. физ.-мат. наук, доцент, методист кафедры предметных областей
КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»,*

Характеристика участников ЕГЭ по учебному предмету

Количество участников ЕГЭ по учебному предмету в Кировской области устойчиво растёт как в абсолютном, так и в относительном выражении. За три года число сдающих увеличилось с 2118 до 2588 человек, а доля предмета в общем числе экзаменов поднялась с 43,93% до 50,04%, что говорит о преодолении 50-процентного барьера в 2026 году. Такой поступательный прирост, составляющий ежегодно около 200–260 человек, не является случайным и, вероятно, обусловлен несколькими ключевыми факторами. Прежде всего, это демографический подъём – увеличение общего контингента выпускников 11-х классов в регионе. Наряду с этим важную роль сыграли изменения в государственной образовательной политике: внедрение и естественно-научного образования до 2030 года, обновлённые федеральные государственные образовательные стандарты и федеральные общеобразовательные программы сместили акценты на естественно-научную грамотность, что стимулировало школьников выбирать данный предмет для поступления в вузы на инженерные и IT-специальности. Кроме того, не исключено влияние корректировок правил приёма в высшие учебные заведения: повышение минимальных проходных баллов, введение обязательности экзамена для ряда направлений, что также подтолкнуло большее число выпускников к его сдаче.

Таблица 1. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за 3 года)

2024 г.	2025 г.	2026 г.
---------	---------	---------

чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
2118	43,93	2322	48,05	2588	50,04

Анализ гендерного состава показывает, что мужчины традиционно преобладают среди участников, однако доля девушек неуклонно возрастает – с 39% в 2024 году до 42,31% в 2026-м, при этом абсолютное число девушек увеличилось на 269 человек. Это свидетельствует о постепенном преодолении стереотипов и растущем интересе выпускниц к техническим и естественно-научным направлениям, что соответствует общероссийским трендам и профориентационным программам, направленным на привлечение женщин в STEM-профессии.

Таблица 2. Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ (за 3 года)

Пол	2024 г.		2025 г.		2026 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	826	39,00	962	41,43	1095	42,31
Мужской	1292	61,00	1360	58,57	1493	57,69

Что касается категорий участников, то основную массу по-прежнему составляют выпускники текущего года, обучающиеся по программам среднего общего образования, – их доля стабильно превышает 99%. Численность этой группы растёт параллельно с общей динамикой, что ещё раз подтверждает демографический фактор. В то же время наблюдается небольшой, но устойчивый прирост участников из числа студентов организаций среднего профессионального образования (с 15 до 20 человек), что может говорить о повышении мотивации у выпускников колледжей к продолжению обучения в вузах. Также стоит отметить исчезновение к 2026 году участников, не завершивших среднее образование.

Таблица 3. Количество участников экзамена в регионе по категориям (за 3 года)

Категория участника	2024 г.		2025 г.		2026 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
ВТГ, обучающихся по программам СОО	2102	99,24	2307	99,35	2566	99,15
ВТГ, обучающихся по программам СПО	15	0,71	15	0,65	20	0,77
ВПЛ					2	0,08
Выпускник общеобразовательной организации, не завершивший среднее общее образование (не прошедший ГИА)	1	0,05				

Структура участников по типам образовательных организаций претерпела заметные изменения в сторону выравнивания доступа к экзамену. Если в 2024 году доля выпускников лицеев и гимназий составляла 35,49%, а обычных средних школ – столько же, то к 2026 году ситуация изменилась: доля обычных СОШ выросла до 38,19% при абсолютном росте числа их выпускников-участников с 746 до 980 человек, тогда как доля гимназий и лицеев снизилась до 32,46%, несмотря на абсолютное увеличение. Доля школ с углублённым изучением отдельных предметов осталась примерно на том же уровне – около 30%. Это перераспределение можно объяснить внедрением федеральных основных образовательных программ, которые унифицируют требования к преподаванию предмета во всех типах школ, а также развитием дистанционных образовательных ресурсов и дополнительных курсов, доступных ученикам массовых школ.

Таблица 4. Количество участников экзамена в регионе по типам ОО

	Категория участника	2024 г.	2025 г.	2026 г.
--	---------------------	---------	---------	---------

№ п/ п		чел.	% от общего числа участн иков	чел.	% от общего числа участн иков	чел.	% от общего числа участн иков
1.	выпускники лицеев и гимназий	746	35,49	756	32,77	833	32,46
2.	выпускники СОШ с УИОП	608	28,92	710	30,78	753	29,35
3.	выпускники СОШ	746	35,49	829	35,93	980	38,19
4.	иное	2	0,1	12	0,52		

Территориальное распределение участников по административно-территориальным единицам региона демонстрирует ярко выраженную централизацию: более половины всех сдающих (54,44% в 2026 году) сосредоточены в областном центре – городе Кирове, что объясняется концентрацией крупных школ с углублённым изучением предметов, высоким уровнем подготовки и близостью к центрам подготовки к ГИА. Следом идут города Кирово-Чепецк (6,65%), Вятские Поляны (3,28%) и Слободской (3,09%), а среди районов лидируют Омутнинский (2,47%), Уржумский (1,74%) и Слободской район (1,89%) – в этих территориях развита промышленность, что формирует спрос на технические специальности. В то же время в малых муниципальных округах, таких как Богородский, Немский или Арбажский, число участников составляет всего 3–10 человек, что обусловлено малочисленностью выпускников.

Таблица 5. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету по АТЕ региона

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников ЕГЭ по учебному предмету	% от общего числа участников в регионе
1.	Арбажский муниципальный округ (пгт Арбаж)	10	0,39
2.	Афанасьевский муниципальный округ	17	0,66
3.	Белохолуницкий район (г.Белая Холуница)	27	1,04
4.	Богородский муниципальный округ (п.Богородское)	3	0,12

5.	Верхнекамский муниципальный округ (г.Кирс)	28	1,08
6.	Верхошижемский район (пгт Верхошижемье)	12	0,46
7.	Вятскополянский район (г.Вятские Поляны)	13	0,50
8.	Даровской район (пгт Даровской)	8	0,31
9.	Зуевский район (г.Зуевка)	21	0,81
10.	Кикнурский муниципальный округ (п Кикнур)	11	0,43
11.	Кильмезский район (пгт Кильмезь)	19	0,73
12.	Кирово-Чепецкий район (г.Кирово-Чепецк)	42	1,62
13.	Котельничский район (г.Котельнич)	6	0,23
14.	Куменский район (пгт Кумены)	19	0,73
15.	Лебяжский муниципальный округ (пгт Лебяжье)	9	0,35
16.	Лузский муниципальный округ (г.Луза)	27	1,04
17.	Малмыжский район (г.Малмыж)	34	1,31
18.	Мурашинский муниципальный округ (г.Мураши)	30	1,16
19.	Нагорский район (п Нагорск)	5	0,19
20.	Немский муниципальный округ (пгт Нема)	4	0,15
21.	Нолинский район (г. Нолинск)	29	1,12
22.	Омутнинский район (г. Омутнинск)	64	2,47
23.	Опаринский муниципальный округ (пгт Опарино)	10	0,39
24.	Оричевский район (пгт Оричи)	37	1,43
25.	Орловский район (г. Орлов)	11	0,43
26.	Пижанский муниципальный округ (пгт Пижанка)	15	0,58
27.	Подосиновский район (п Подосиновец)	19	0,73
28.	Санчурский муниципальный округ (пгт Санчурск)	6	0,23
29.	Свечинский муниципальный округ (п Свеча)	16	0,62
30.	Слободской район (г.Слободской)	49	1,89
31.	Советский район (г. Советск)	36	1,39
32.	Сунский район (пгт Суна)	7	0,27
33.	Тужинский район (п Тужа)	10	0,39
34.	Унинский муниципальный округ (п Уни)	4	0,15
35.	Уржумский район (г. Уржум)	45	1,74
36.	Фаленский муниципальный округ (п Фаленки)	14	0,54
37.	Шабалинский район (пгт Ленинское)	9	0,35
38.	Юрьянский район (пгт Юрья)	21	0,81
39.	Яранский район (г.Яранск)	32	1,24

40.	г. Вятские Поляны	85	3,28
41.	г. Кирово-Чепецк	172	6,65
42.	г. Котельнич	54	2,09
43.	г. Слободской	80	3,09
44.	г. Киров	1409	54,44
45.	ЗАТО Первомайский (п Первомайский)	9	0,35

Важно отметить, что наблюдаемая динамика полностью согласуется с целями регионального плана мероприятий по развитию математического и естественно-научного образования в Кировской области на период до 2030 года, утверждённого распоряжением министерства образования. Этот план ставит конкретные количественные ориентиры: увеличение доли выпускников, выбирающих ЕГЭ по профильной математике, физике, химии, биологии и информатике, до 35% к 2030 году по сравнению с 2023 годом, а также ежегодное увеличение числа обучающихся на углублённом уровне по этим предметам не менее чем на 10%. Уже в 2026 году по анализируемому предмету доля сдающих превысила 50%, что свидетельствует об опережающем выполнении плановых показателей. Кроме того, региональный план предусматривает создание стажировочных площадок для повышения квалификации учителей на базе ведущих школ города Кирова, разработку программ переподготовки для учителей с непрофильным образованием, а также систему мер по привлечению молодых педагогов в возрасте до 35 лет, включая единовременные социальные выплаты и стимулирующие надбавки. Отдельное внимание уделяется профориентационной работе: организация сетевых профильных классов, агротехнологических и инженерных классов, проведение мастер-классов и дней открытых дверей на предприятиях и в вузах – всё это напрямую повышает интерес школьников к предмету. Реализация этих мер, подкреплённая материальным стимулированием учителей за подготовку выпускников к ЕГЭ по профильной математике и физике, создаёт устойчивую мотивацию как для углублённого изучения дисциплины, так и для выбора соответствующего экзамена.

Таким образом, наблюдаемый рост числа участников ЕГЭ по данному предмету носит системный и многофакторный характер, отражая как демографические процессы, так и целенаправленные усилия государства на федеральном и региональном уровнях по повышению значимости естественно-научного образования.

Основные результаты ЕГЭ по предмету

Прежде всего, обращает на себя внимание восстановление среднего тестового балла в 2026 году до уровня 68,58, что практически идентично показателю 2024 года (68,67) и незначительно выше значения 2025 года (65,11). При этом структура распределения баллов претерпела качественные изменения. Доля участников, не преодолевших минимальный порог, снизилась до минимального значения за три года – 1,66% против 2,69% в 2024 году и 2,80% в 2025 году, что говорит о повышении базовой подготовки выпускников. Также значительно уменьшилась доля участников, набравших от минимального балла до 60 баллов: с 31,57% в 2025 году до 22,64% в 2026 году, при этом в 2024 году этот показатель составлял 25,27%. Одновременно выросла доля участников, попавших в интервал от 61 до 80 баллов – до 59,20% против 47,52% в 2024 году и 51,72% в 2025 году, что является максимальным значением за весь период. Это говорит о смещении основной массы участников в зону уверенных положительных результатов.

Однако доля высокобалльников (81–100 баллов) в 2026 году составила 16,50%, что выше, чем в 2025 году (13,91%), но заметно ниже, чем в 2024 году (24,52%). Таким образом, наблюдается своего рода «сжатие» распределения: уменьшилось число как слабых, так и очень сильных участников, а основная масса сосредоточилась в средней и высокой зоне (61–80 баллов).

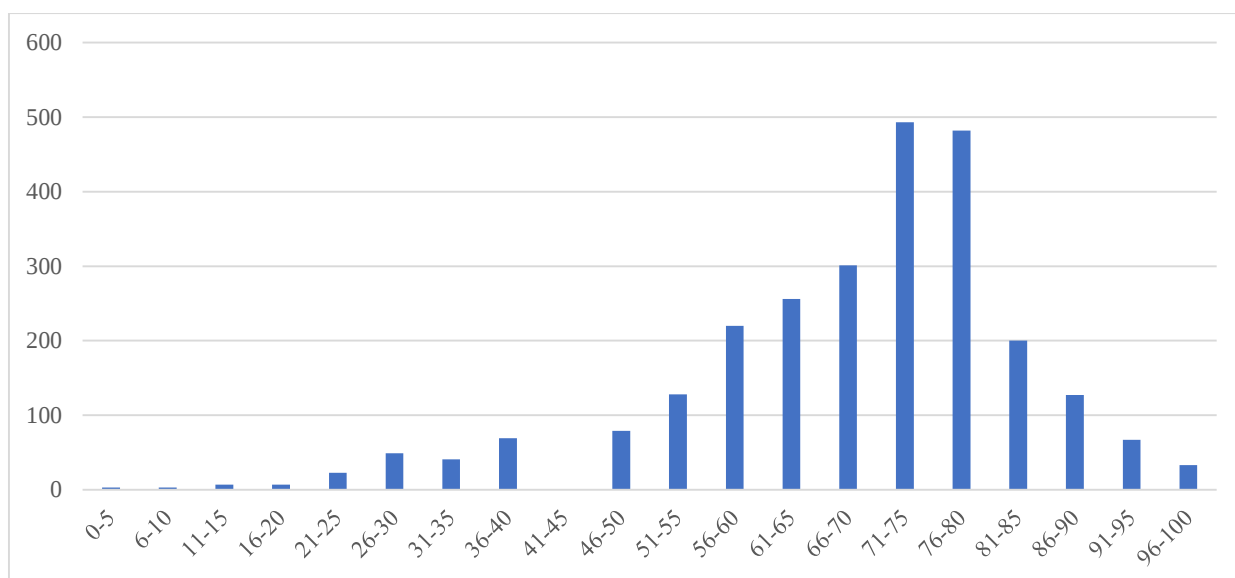


Рисунок 1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2026 г.

Таблица 6. Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

№ п/п	Участников, набравших балл	Год проведения ГИА		
		2024 г.	2025 г.	2026 г.
1.	ниже минимального балла, %	2,69	2,80	1,66
2.	от минимального балла до 60 баллов, %	25,27	31,57	22,64
3.	от 61 до 80 баллов, %	47,52	51,72	59,20
4.	от 81 до 100 баллов, %	24,52	13,91	16,50
5.	Средний тестовый балл	68,67	65,11	68,58

Анализ результатов по категориям участников за 2026 год показывает ожидаемую дифференциацию. Выпускники текущего года (ВТГ, обучающиеся по программам СОО) демонстрируют наилучшие показатели: лишь 1,56% не преодолели минимальный порог, а 16,64% получили высокие баллы. Студенты СПО показывают более скромные результаты – 10% ниже минимума, и ни один не набрал выше 80 баллов. Выпускники прошлых лет, появившиеся в 2026 году, показали крайне низкие результаты – 50% не сдали экзамен.

Таблица 7. Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в разрезе категорий участников ЕГЭ

№ п/п	Категории участников	Доля участников, у которых полученный тестовый балл			
		ниже минимал ьного	от минимал ного балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	ВТГ, обучающиеся по программам СОО	1,56	22,41	59,39	16,64
2.	ВТГ, обучающиеся по программам СПО	10,00	55,00	35,00	
3.	ВПЛ	50,00		50,00	

Существенные различия прослеживаются и по типам образовательных организаций. Лицеи традиционно лидируют: 0% не сдавших и 35,90% высокобалльников. Гимназии также показывают хорошие результаты (2,01% ниже минимума, 18,95% высоких). Средние общеобразовательные школы с углублённым изучением предметов имеют 1,59% не сдавших и 11,82% высоких, тогда как обычные средние школы – 2,35% и 8,26% соответственно. Эти данные подтверждают, что успешность сдачи экзамена напрямую связана с уровнем профильной подготовки, однако разрыв между обычными школами и элитными учебными заведениями несколько сократился по сравнению с предыдущими годами, что может объясняться внедрением единых федеральных программ и дополнительной поддержкой массовых школ.

Таблица 8. Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в разрезе типа ОО

№ п/п	Тип ОО	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	Лицей	585		8,72	55,38	35,90
2.	Гимназия	248	2,01	16,94	62,10	18,95
3.	Средняя общеобразовательная школа	980	2,35	30,51	58,88	8,26
4.	Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением предметов	753	1,59	24,30	62,29	11,82
5.	Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа					

Интересно, что при сравнении уровня изучения предмета (базовый против углублённого) доля высокобалльников среди углублённых групп выше (21,51% против 15,29%), но и доля не сдавших среди них немного больше (1,97% против 1,44%). Это может быть связано с тем, что углублённое изучение выбирают более мотивированные, но и более рискующие школьники, которые берутся за сложные задания и иногда ошибаются.

Таблица 9. Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в разрезе уровня изучения предмета

№ п/п	Уровень изучения предмета	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	базовый	2008	1,44	23,21	60,06	15,29
2.	углубленный	558	1,97	19,53	56,99	21,51

Территориальный разрез показывает значительную вариативность. Наилучшие результаты демонстрируют областной центр – город Киров (1,70% ниже минимума, 20,72% высоких) и крупные города (Кирово-Чепецк – 0,58%

и 19,77%). В ряде малых муниципальных округов, таких как Тужинский, Лебяжский, Кикнурский, доля участников, получивших 61–80 баллов, достигает 100% или 80% при нулевом числе несдавших, что говорит о высокой эффективности работы отдельных школ. Однако есть и территории с тревожными показателями, например, Верхнекамский округ (7,14% не сдавших), Зуевский район (9,52%), Шабалинский район (11,11%). В некоторых АТЕ полностью отсутствуют участники с высокими баллами (81–100), что указывает на системные проблемы в подготовке.

Таблица 10. Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в сравнении по АТЕ

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	Арбажский муниципальный округ (пгт Арбаж)	10		20,00	70,00	10,00
2.	Афанасьевский муниципальный округ	17		17,65	76,47	5,88
3.	Белохолуницкий район (г. Белая Холуница)	27		25,93	66,67	7,41
4.	Богородский муниципальный округ (п. Богородское)	3		33,33	66,67	
5.	Верхнекамский муниципальный округ (г. Кирс)	28	7,14	46,43	46,43	
6.	Верхошижемский район (пгт Верхошижемье)	12		58,33	41,67	
7.	Вятскополянский район (г. Вятские Поляны)	13		15,38	76,92	7,69
8.	Даровской район (пгт Даровской)	8		25,00	62,50	12,50
9.	Зуевский район (г. Зуевка)	21	9,52	42,86	47,62	
10.	Кикнурский муниципальный округ (п. Кикнур)	11	9,09	9,09	81,82	
11.	Кильмезский район (пгт Кильмезь)	19		36,84	63,16	

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
12.	Кирово-Чепецкий район (г. Кирово-Чепецк)	42	9,52	50,00	38,10	2,38
13.	Котельничский район (г. Котельнич)	6		50,00	50,00	
14.	Куменский район (пгт Кумены)	19		26,32	63,16	10,53
15.	Лебяжский муниципальный округ (пгт Лебяжье)	9			33,33	66,67
16.	Лузский муниципальный округ (г. Луза)	27	3,70	14,81	66,67	14,81
17.	Малмыжский район (г. Малмыж)	34		8,82	67,65	23,53
18.	Мурашинский муниципальный округ (г. Мураши)	30		46,67	53,33	
19.	Нагорский район (п. Нагорск)	5		20,00	80,00	
20.	Немский муниципальный округ (пгт Нема)	4		50,00	50,00	
21.	Нолинский район (г. Нолинск)	29	3,45	17,24	68,97	10,34
22.	Омутнинский район (г. Омутнинск)	64	3,13	25,00	62,50	9,38
23.	Опаринский муниципальный округ (пгт Опарино)	10		20,00	70,00	10,00
24.	Оричевский район (пгт Оричи)	37		13,51	70,27	16,22
25.	Орловский район (г. Орлов)	11		18,18	72,73	9,09
26.	Пижанский муниципальный округ (пгт Пижанка)	15		13,33	73,33	13,33
27.	Подосиновский район (п. Подосиновец)	19		31,58	57,89	10,53
28.	Санчурский муниципальный округ (пгт Санчурск)	6		33,33	66,67	
29.	Свечинский муниципальный округ (п. Свеча)	16		18,75	62,50	18,75

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
30.	Слободской район (г. Слободской)	49	2,04	24,49	67,35	6,12
31.	Советский район (г. Советск)	36		22,22	52,78	25,00
32.	Сунский район (пгт Суна)	7		42,86	57,14	
33.	Тужинский район (п Тужа)	10			100,00	
34.	Унинский муниципальный округ (п Уни)	4		25,00	75,00	
35.	Уржумский район (г. Уржум)	45		24,44	73,33	2,22
36.	Фаленский муниципальный округ (п Фаленки)	14	7,14	21,43	71,43	
37.	Шабалинский район (пгт Ленинское)	9	11,11		66,67	22,22
38.	Юрьянский район (пгт Юрья)	21	4,76	38,10	47,62	9,52
39.	Яранский район (г.Яранск)	32		18,75	65,63	15,63
40.	г. Вятские Поляны	85		17,65	65,88	16,47
41.	г. Кирово-Чепецк	172	0,58	20,35	59,30	19,77
42.	г. Котельнич	54		25,93	61,11	12,96
43.	г. Слободской	80	1,25	33,75	58,75	6,25
44.	г. Киров	1409	1,70	20,72	56,85	20,72
45.	ЗАТО Первомайский (п Первомайский)	9		11,11	66,67	22,22

Перечень школ с наиболее высокими результатами полностью подтверждает лидерство специализированных образовательных учреждений. Кировский физико-математический лицей демонстрирует уникальный результат – 74,32% участников набрали от 81 до 100 баллов и лишь 1,35% оказались ниже минимума. Также высокие доли высокобалльников у КЭПЛ (49,23%), ЛЕН (42,50%), лицея Кирово-Чепецка (41,46%). В то же время в перечень школ с низкими результатами попали как кадетский корпус (14,29%

несдавших), так и несколько обычных школ, где доля не преодолевших порог достигает 30%, а доля получивших более 60 баллов минимальна. Это свидетельствует о сохраняющейся поляризации качества образования в регионе.

Таблица 11. Перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ЕГЭ по предмету

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			от 81 до 100 баллов	от 61 до 80 баллов	от минимального балла до 60 баллов	ниже минимального
1	КОГБУ СШ пгт Оричи	12	8,33	91,67		
2	МКОУ СОШ д. Шихово	18	11,11	88,89		
3	КОГБУ "Лицей г. Советска"	24	33,33	50,00	16,67	
4	МБОУ "Лицей" г. Кирово-Чепецка	41	41,46	58,54		
5	МБОУ СШ с УИОП №2 им. Д. Белых г. Котельнича	10	10,00	90,00		
6	МОАУ ЛинТех № 28 г. Кирова	64	35,94	56,25	7,81	
7	КОГОАУ "КЭПЛ"	65	49,23	41,54	9,23	
8	КОГОАУ ЛЕН	40	42,50	55,00	2,50	
9	КОГОАУ КФМЛ	74	74,32	24,32	1,35	

Таблица 12. Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ЕГЭ по предмету

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1	КОГОАУ "Кировский кадетский корпус"	28	14,29	60,71	25,00	
2	МБОУ СОШ №6 г. Омутнинска	10	10,00	60,00	20,00	10,00
3	МБОУ СОШ № 22 г. Кирова	10	30,00	30,00	40,00	
4	МБОУ СОШ №45 им. А.П. Гайдара г. Кирова	17	11,76	17,65	52,94	17,65

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
5	МБОУ "СОШ № 70" города Кирова	14		64,29	35,71	
6	ОФ "Классическая гимназия "Престиж"	17	17,65	41,18	35,29	5,88

Таким образом, в 2026 году наблюдается значимая положительная динамика по сравнению с 2025 годом: улучшились все основные показатели – снизилась доля неуспешных, вырос средний балл, увеличилась доля участников с результатами в интервале 61–80 и 81–100. По сравнению с 2024 годом средний балл остался на том же уровне, однако структура распределения изменилась – уменьшилась доля самых слабых и самых сильных, при этом возросла доля «середнячков» (61–80). Это можно трактовать как повышение стабильности и качества массовой подготовки, хотя выход на высокие достижения (более 80 баллов) пока не восстановился до уровня 2024 года. В целом результаты 2026 года свидетельствуют о начале устойчивого роста качества образования в регионе, что коррелирует с реализацией утверждённого плана мероприятий по развитию математического и естественно-научного образования, включающего повышение квалификации учителей, профилизацию классов и материальное стимулирование педагогов.

Методический анализ результатов выполнения заданий КИМ

Основные статистические характеристики выполнения заданий в целом представлены в таблице 13.

Таблица 13. Основные статистические характеристики выполнения заданий

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
В1	Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Базовый	91,11	39,53	76,79	95,89	98,83
В2	Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	Базовый	92,70	32,56	82,25	96,54	99,30

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
В3	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Базовый	76,89	9,30	50,17	83,75	95,78
В4	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность	Базовый	95,29	46,51	91,81	97,13	98,36

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
B5	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы	Базовый	88,21	27,91	70,82	94,06	97,19
B6	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Базовый	98,42	69,77	95,25	99,61	100,00
B7	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений	Базовый	90,15	13,95	68,77	97,72	100,00

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
В8	Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла	Базовый	83,15	23,26	51,02	92,69	99,06
В9	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Повышенный	83,73		56,48	93,02	96,25

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
B10	Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Повышенный	86,44	18,60	63,48	94,26	96,72
B11	Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	Повышенный	92,19	16,28	75,77	98,43	100,00
B12	Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	Повышенный	83,15	2,33	52,56	93,15	97,42
C1	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Повышенный	48,94		1,96	55,78	93,79

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
C2	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объем фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Повышенный	7,83		0,06	3,05	36,46

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
С3	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Повышенный	23,24		0,17	16,48	81,50
С4	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	Повышенный	23,24		0,09	15,80	85,25
С5	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Повышенный	1,29			0,35	6,56

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
C6	Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	Высокий	7,04		0,04	1,17	38,41

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
C7	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	Высокий	8,52	0,58	1,28	7,31	23,59

Информация о результатах оценивания выполнения заданий, в том числе в разрезе данных о получении того или иного балла по критерию оценивания выполнения каждого задания КИМ представлена в следующей таблице.

Таблица 14. Результаты оценивания выполнения заданий КИМ

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в субъекте Российской Федерации, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
B1	0	58,14	23,21	4,11	1,17
B1	1	41,86	76,79	95,89	98,83

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в субъекте Российской Федерации, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
B2	0	67,44	17,75	3,46	0,7
B2	1	32,56	82,25	96,54	99,3
B3	0	90,7	49,83	16,25	4,22
B3	1	9,3	50,17	83,75	95,78
B4	0	53,49	8,19	2,87	1,64
B4	1	46,51	91,81	97,13	98,36
B5	0	69,77	29,18	5,94	2,81
B5	1	30,23	70,82	94,06	97,19
B6	0	27,91	3,75	0,39	0
B6	1	72,09	96,25	99,61	100
B7	0	83,72	31,23	2,28	0
B7	1	16,28	68,77	97,72	100
B8	0	76,74	48,98	7,31	0,94
B8	1	23,26	51,02	92,69	99,06
B9	0	100	43,52	6,98	3,75
B9	1	0	56,48	93,02	96,25
B10	0	81,4	36,52	5,74	3,28
B10	1	18,6	63,48	94,26	96,72
B11	0	81,4	24,23	1,57	0
B11	1	18,6	75,77	98,43	100
B12	0	97,67	47,44	6,85	2,58
B12	1	2,33	52,56	93,15	97,42
C1	0	100	97,1	40,34	4,45
C1	1	0	1,88	7,77	3,51
C1	2	0	1,02	51,89	92,04
C2	0	100	99,83	91,58	39,58
C2	1	0	0,17	7,96	33,26
C2	2	0	0	0,2	5,39
C2	3	0	0	0,26	21,78
C3	0	100	99,83	83,16	18,03
C3	1	0	0	0,72	0,94
C3	2	0	0,17	16,12	81,03
C4	0	100	99,83	81,92	12,18
C4	1	0	0,17	4,57	5,15
C4	2	0	0	13,51	82,67
C5	0	100	100	98,96	85,48
C5	1	0	0	1,04	11,71

Номер задания / критерия оценивания в КИМ	Количество полученных первичных баллов	Процент участников экзамена в субъекте Российской Федерации, получивших соответствующий первичный балл за выполнения задания в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки			
		в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б., %	в группе от 61 до 80 т.б., %	в группе от 81 до 100 т.б., %
C5	2	0	0	0	0,47
C5	3	0	0	0	2,34
C6	0	100	99,83	96,61	44,96
C6	1	0	0,17	2,55	12,18
C6	2	0	0	0,59	13,58
C6	3	0	0	0,07	2,81
C6	4	0	0	0,2	26,46
C7	0	97,67	94,88	72	31,85
C7	1	2,33	5,12	26,76	50,59
C7	2	0	0	1,24	13,11
C7	3	0	0	0	0,23
C7	4	0	0	0	4,22

Таблица 15. Выявление для каждой группы участников ЕГЭ заданий, выполняемых с наибольшей и наименьшей успешностью

	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
Наиболее успешно выполненные задания базового уровня сложности (процент решаемости более 80%)	отсутствуют	2, 4, 6		
Наименее успешно выполненные задания базового уровня сложности (процент решаемости менее 50%)	1-5, 7-8	отсутствуют	отсутствуют	

Наиболее успешно выполненные задания повышенного уровня сложности (процент решаемости более 60%)	отсутствуют	отсутствуют	9-12	9-13, 15, 16
Наименее успешно выполненные задания повышенного уровня сложности (процент решаемости менее 15%)		13-17	14, 17	17
Наиболее успешно выполненные задания высокого уровня сложности (процент решаемости более 20%)		отсутствуют	отсутствуют	18, 19
Наименее успешно выполненные задания высокого уровня сложности (процент решаемости менее 15%)			18, 19	отсутствуют

**Методический анализ выполнения заданий обучающимися с
минимальным уровнем подготовки
(не преодолевших минимальный балл)**

На основе анализа данных установлено, что задания базового уровня сложности с процентом выполнения более 80 % отсутствуют. Это означает, что ни одно из проверяемых умений не сформировано у данной группы на

достаточном для сдачи экзамена уровне. Однако среди всех заданий можно выделить те, которые выполняются относительно лучше других. К таким заданиям относятся:

- В6 (69,77 %) – умение решать уравнения, неравенства и их системы с помощью различных приёмов (в частности, простейшие показательные и логарифмические уравнения).
- В4 (46,51 %) – умение оперировать понятием вероятности случайного события и вычислять вероятность в простейших ситуациях.
- В1 (39,53 %) – умение вычислять геометрические величины (длины, углы, площади) с использованием формул и теорем планиметрии.
- В2 (32,56 %) – умение выполнять действия с векторами (координаты, сумма, произведение на число).
- В5 (27,91 %) – умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные формулы для расчёта вероятностей.
- В8 (23,26 %) – умение использовать производную для исследования функций, находить точки экстремума, наибольшие/наименьшие значения.

Таким образом, в наибольшей степени (но всё же недостаточно) сформированы:

- навыки решения простейших уравнений (особенно показательных и логарифмических);
- базовые вероятностные расчёты;
- простейшие геометрические вычисления (длина, площадь) и векторные операции;
- начальные умения работы с производной (нахождение производной, определение экстремумов).

На основе данных и сопоставления заданий с требованиями ФОП были выявлены следующие темы и умения, которые у данной группы сформированы в наименьшей степени (процент выполнения менее 50 %).

Таблица 16. Темы и умения, которые у группы сформированы в наименьшей степени

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	Планиметрия: вычисление длин, углов и площадей геометрических фигур (треугольники, четырёхугольники, окружность); применение свойств и теорем (Пифагора, синусов, косинусов)	7–9 классы (Геометрия)
2.	Векторы на плоскости: координаты вектора, сложение и вычитание векторов, умножение на число, скалярное произведение, угол между векторами	8–9 классы (Геометрия)
3.	Стереометрия: вычисление объёмов и площадей поверхностей многогранников (призма, пирамида) и тел вращения; взаимное расположение прямых и плоскостей	10–11 классы (Геометрия)
4.	Классическое определение вероятности, вычисление вероятности случайного события в опытах с равновероятными исходами	8–9 классы (Вероятность и статистика)
5.	Вероятность с применением комбинаторики: перестановки, сочетания, формулы сложения и умножения вероятностей, дерево случайного опыта	9–10 классы (Вероятность и статистика, Алгебра)
6.	Преобразования выражений, содержащих степени и логарифмы; применение свойств степеней и логарифмов	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра и начала анализа)
7.	Производная: геометрический и физический смысл, исследование функций на монотонность, экстремумы, нахождение наибольшего/наименьшего значения	10–11 классы (Алгебра и начала анализа)
8.	Моделирование реальных ситуаций: составление уравнений, неравенств и их систем по условию задачи; интерпретация полученных результатов	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра и начала анализа)
9.	Решение текстовых задач на движение, работу, проценты, смеси, сплавы (арифметический и алгебраический способы)	5–9 классы (Математика, Алгебра)

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
10.	Чтение свойств функции по графику (нули, промежутки знакопостоянства, возрастание/убывание)	7–9 классы (Алгебра)
11.	Тригонометрические уравнения и преобразования тригонометрических выражений (основные формулы, отбор корней)	10–11 классы (Алгебра и начала анализа)
12.	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление углов и расстояний (в том числе координатно-векторным методом)	10–11 классы (Геометрия)
13.	Показательные и логарифмические неравенства (включая системы и совокупности)	10–11 классы (Алгебра и начала анализа)
14.	Экономические задачи: кредиты, вклады, оптимизация с использованием прогрессий и сложных процентов	9–11 классы (Алгебра)
15.	Планиметрические задачи повышенной сложности (подобие, теоремы синусов/косинусов, пропорциональные отрезки в окружности)	7–9 классы (Геометрия)
16.	Уравнения и неравенства с параметром (аналитические и графические методы)	10–11 классы (Алгебра и начала анализа)
17.	Теоретико-числовые задачи: делимость, остатки по модулю, признаки делимости, свойства целых чисел	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра)

Практически все перечисленные темы и умения демонстрируют процент выполнения ниже 50 %, а по многим позициям (особенно заданиям повышенного и высокого уровня сложности) он близок к нулю. Это свидетельствует о том, что у данной категории обучающихся отсутствует не только углублённое, но и базовое понимание ключевых разделов школьной математики, причём проблема носит накопительный характер – дефициты формируются, начиная с 5–6 классов и сохраняются до выпускного класса.

Наиболее проблемные содержательные блоки:

1. Геометрический блок (планиметрия и стереометрия). Обучающиеся с трудом применяют базовые формулы для вычисления площадей и объёмов, не различают пространственные конфигурации, не владеют методами векторной алгебры и координатным методом. Особенно низкие результаты (менее 10 %) зафиксированы по стереометрическим задачам (№3, №12), что говорит о полном отсутствии пространственного мышления и непонимании аксиоматики стереометрии.

2. Алгебраические преобразования и решение уравнений/неравенств. Пробелы включают действия со степенями и логарифмами, решение тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений и неравенств, а также работу с параметрами. Без владения этими навыками невозможно успешное выполнение заданий высокой сложности. Особую трудность вызывают неравенства, требующие учёта ОДЗ и применения метода интервалов.

3. Вероятность и статистика. Несмотря на то что эти темы изучаются в 8–9 классах и не являются сложными по содержанию, участники демонстрируют крайне низкие результаты. Они не умеют вычислять классическую вероятность, путают операции над событиями, не применяют комбинаторные формулы. Это указывает на недостаток практики в решении простейших вероятностных задач.

4. Текстовые задачи и моделирование реальных ситуаций. Учащиеся не способны перевести условие задачи на язык математики, составить уравнение или систему, корректно интерпретировать полученный результат. Особенно сложными оказываются задачи на проценты, движение и экономические задачи (кредиты, вклады), требующие понимания финансовых схем.

5. Функционально-графическая линия и производная. Навыки чтения графиков, определения свойств функций по графику, применения производной для исследования функций практически отсутствуют. Без этого

невозможно выполнение заданий В8, В12 и тем более заданий С с использованием производной.

Многие из перечисленных тем изучаются ещё в 5–9 классах (например, базовые геометрические формулы, текстовые задачи, преобразования выражений). Это означает, что проблема закладывается на этапе основного общего образования и не устраняется в старшей школе. Следовательно, коррекционная работа должна начинаться с повторения и закрепления фундаментальных знаний, изученных в 5–9 классах, а не с попыток «натаскивания» на задания ЕГЭ высокого уровня.

Системный характер дефицитов проявляется также в том, что даже задания базового уровня (В1–В8) выполняются группой несдавших с успешностью ниже 50 %, а по некоторым – ниже 20 %. Это делает невозможным преодоление минимального порога без кардинального пересмотра подходов к преподаванию и организации индивидуальной работы с такими учащимися.

Можно выделить следующие «зоны роста» в части предметной подготовки для уверенного преодоления минимального балла ЕГЭ.

Первая зона роста – решение уравнений.

В задании 6 проверяется умение решать уравнения разных типов: линейные, квадратные, кубические, дробные, а также простейшие иррациональные, показательные и логарифмические уравнения. Типичные ошибки связаны с неверным применением формулы дискриминанта, потерей корней при делении на выражение с переменной, неучетом области допустимых значений в логарифмических уравнениях. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Повторить алгоритмы решения линейных уравнений (перенос слагаемых, приведение подобных) и квадратных уравнений (вычисление дискриминанта, формула корней).
- Отработать простейшие показательные и логарифмические уравнения, используя определение логарифма и свойства степени.

- Обязательно выполнять проверку найденных корней подстановкой в исходное уравнение, чтобы избежать арифметических ошибок и потери посторонних корней.
- Систематически решать 5–10 уравнений каждого типа в течение нескольких недель, постепенно увеличивая сложность (дробно-рациональные уравнения, сводящиеся к линейным или квадратным).

Вторая зона роста – преобразования алгебраических выражений.

В задании 7 проверяется умение выполнять тождественные преобразования выражений, содержащих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции. Для преодоления трудностей рекомендуется:

- Создать опорный лист с основными формулами: свойства степеней, свойства корней, свойства логарифмов, основные тригонометрические тождества.
- Отрабатывать преобразования по шагам: сначала упростить каждый множитель, затем выполнить действия, и только потом подставлять числовые значения.
- Использовать приёмы самопроверки – подстановка простого числа вместо переменной для проверки равносильности преобразований.
- Регулярно решать задания на вычисление значений выражений с числами, а не с буквами, чтобы закрепить навыки работы с конкретными величинами.

Третья зона роста – чтение графиков функций и использование производной.

В этих заданиях проверяется умение определять свойства функции по её графику или по графику производной: нули, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения. Типичные ошибки – непонимание связи знака производной с монотонностью функции, путаница между графиком функции и графиком производной, неверное определение промежутков по осям координат. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Тренироваться на одном и том же графике выполнять все возможные задания: найти нули, промежутки знакопостоянства, экстремумы, наибольшее/наименьшее значение.
- Использовать цветовое выделение на графике.
- Начинать с простых графиков (линейная, квадратичная функция), затем переходить к графикам производной для более сложных функций.

Четвёртая зона роста – простейшие геометрические вычисления на плоскости.

В задании 1 проверяется умение вычислять геометрические величины (длины, углы, площади) с использованием формул и теорем планиметрии. Типичные ошибки – незнание формул, геометрических фактов, неумение их применить в простых конфигурациях. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Отработать все формулы площадей (треугольника, прямоугольника, параллелограмма, трапеции, круга) и периметров основных фигур.
- Разбирать типовые конфигурации. Учить «видеть» нужные элементы даже в нестандартном расположении фигуры.
- Включить в ежедневную практику 2–3 такие задачи, чтобы навык решения таких стал автоматическим.

Пятая зона роста – текстовые задачи.

В этих заданиях проверяется умение моделировать реальную ситуацию с помощью уравнений и неравенств, интерпретировать полученный результат. Типичные ошибки – неумение составить уравнение из условия задачи, потеря корней по смыслу. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Начать с арифметического способа решения, затем переходить к составлению уравнения.
- Для задач на движение и работу всегда составлять таблицу, чётко обозначая неизвестные.
- Отрабатывать все типы задач открытого банка заданий ФИПИ.
- После решения обязательно проверять ответ на соответствие реальности (например, скорость не может быть отрицательной, время – положительным).

Шестая зона роста – задачи на вероятность.

В заданиях 4 и 5 проверяется умение вычислять вероятность случайного события с использованием классического определения, комбинаторных формул и правил сложения/умножения вероятностей. Типичные ошибки – неверный подсчёт общего числа исходов, путаница между «и» и «или» при использовании правил сложения и умножения. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Повторить классическое определение вероятности.
- Отработать простейшие задачи из открытого банка ФИПИ.
- Решать 3–5 таких задач ежедневно, используя дерево вариантов для визуализации и контроля количества исходов.

Таким образом, перечисленные зоны роста охватывают те задания базовой части ЕГЭ, которые при систематической отработке дают максимальный прирост баллов при минимальных затратах времени. Для обучающегося с минимальным уровнем подготовки достаточно сосредоточиться на этих шести направлениях, чтобы набрать необходимое количество первичных баллов для успешной сдачи ГИА. Важно помнить, что

успех достигается не количеством пройденных тем, а качественным освоением каждого выделенного типа заданий до стабильного выполнения без ошибок.

Выделим группы заданий, на успешность выполнения которых могла повлиять достаточная или недостаточная сформированность метапредметных умений.

1. Познавательные универсальные учебные действия.

Данная группа УУД, включающая базовые логические действия, исследовательские действия и работу с информацией, является ключевой для выполнения практически всех заданий экзаменационной работы.

1.1. Базовые логические действия.

Эти умения лежат в основе решения любой математической задачи. Их недостаточная сформированность приводит к системным ошибкам. Проявляются во всех заданиях КИМ.

Типичные ошибки:

- Неумение устанавливать существенные признаки и проводить классификацию. Например, в задании 1 (планиметрия) учащиеся не всегда могут классифицировать геометрическую фигуру (треугольник, четырёхугольник) и выбрать нужную формулу для вычисления площади или длины, путая признаки различных фигур. В заданиях 3 и 14 это проявляется в неумении классифицировать взаимное расположение фигур в пространстве.
- Неумение выявлять закономерности и противоречия. При решении уравнений и неравенств учащиеся не видят структуры уравнения, не могут выбрать оптимальный метод решения, что приводит к громоздким и ошибочным вычислениям. В задании 18 неумение выявить закономерности изменения количества корней в зависимости от параметра делает задачу нерешаемой.
- Неумение делать выводы и выстраивать аргументацию. Это критично для заданий с развёрнутым ответом (13–19). Учащиеся

часто не могут логически обосновать свои действия, привести доказательства. Вместо стройного решения они предлагают набор формул и вычислений без логических связей.

1.2. Базовые исследовательские действия.

Эти умения необходимы для решения нестандартных и практико-ориентированных задач. Проявляются в заданиях: задания 9, 10, 16, 18, 19.

Типичные ошибки:

- Неумение выдвигать гипотезы и анализировать результаты. В задании 9 и задании 16 учащиеся не могут построить математическую модель (составить уравнение или неравенство) по условию задачи. Они не анализируют полученный результат на правдоподобность.
- Неумение переносить знания в новую ситуацию. В задании 10 и задании 17 учащиеся не могут применить известные формулы и теоремы в новой конфигурации, не видят знакомые элементы в нестандартном чертеже.

1.3. Работа с информацией.

Это умение особенно важно для заданий, где информация представлена в неявном или графическом виде. Проявляются в заданиях: задания 2, 8, 9, 10 и 11.

Типичные ошибки:

- Неумение интерпретировать информацию. В задании 8 учащиеся не могут правильно «прочитать» график производной: путают график функции и график производной, неверно определяют промежутки возрастания/убывания и точки экстремума. В задании 11 они не могут извлечь нужную информацию из графика функции для решения уравнения.
- Неумение выбирать форму представления информации. При решении текстовых задач (9, 10, 16) учащиеся не используют эффективные способы визуализации (таблицы, схемы, краткие

записи), что приводит к путанице в данных и неверному составлению уравнений.

2. Коммуникативные универсальные учебные действия.

Данная группа УУД напрямую влияет на выполнение заданий с развёрнутым ответом, где требуется не только получить правильный ответ, но и грамотно его оформить. Проявляется в заданиях с развёрнутым ответом.

Типичные ошибки:

- Неумение развёрнуто и логично излагать свою точку зрения. Учащиеся часто записывают решение в виде набора формул и преобразований без пояснений. Они не комментируют свои действия, не обосновывают равносильность переходов, не указывают область допустимых значений. Это приводит к потере баллов даже при верном числовом ответе.
- Неумение аргументированно вести диалог. Хотя на экзамене диалога нет, это умение проявляется в способности «вести диалог» с проверяющим через текст решения. Учащиеся не могут убедительно доказать свои утверждения, их рассуждения носят поверхностный характер.

3. Регулятивные универсальные учебные действия.

Эти УУД, включающие самоорганизацию и самоконтроль, влияют на процесс решения задачи и управление временем на экзамене.

3.1. Самоорганизация.

Проявляется во всех заданиях, особенно 13–19 (требующие многошагового решения).

Типичные ошибки:

- Неумение самостоятельно составлять план решения. Учащиеся, приступая к сложной задаче, не могут выработать стратегию решения. Они начинают хаотичные преобразования, не видя конечной цели, что приводит к тупиковым ситуациям и нерациональной трате времени.

3.2. Самоконтроль.

Проявляются во всех заданиях.

Типичные ошибки:

- Неумение оценивать соответствие результатов целям и вносить коррективы. Учащиеся не проверяют свои решения на наличие арифметических ошибок, не делают прикидку результата. В заданиях с кратким ответом (1–12) это приводит к потере балла из-за неверного вычисления или описки. В заданиях с развёрнутым ответом (13–19) они не проверяют найденные корни на принадлежность ОДЗ (задание 13, 15) или не оценивают правдоподобность полученного результата в контексте задачи (задание 16).
- Неумение владеть навыками познавательной рефлексии. Учащиеся не могут самостоятельно найти и исправить ошибку в своём решении, не анализируют причины неудач. Это проявляется в повторении одних и тех же ошибок в разных заданиях.

Таким образом, анализ метапредметных результатов позволяет сделать вывод, что для успешной сдачи ЕГЭ по математике профильного уровня необходима не только прочная предметная подготовка, но и сформированность широкого спектра универсальных учебных действий. Недостаточное развитие познавательных УУД (особенно логических и исследовательских) ведёт к неумению решать нестандартные и практико-ориентированные задачи. Слабая сформированность коммуникативных УУД не позволяет учащимся грамотно оформить решение и обосновать свои выводы, что критично для заданий с развёрнутым ответом. Наконец, недостаточный самоконтроль и неумение планировать свою деятельность являются причиной вычислительных ошибок и потери времени на экзамене. Работа над развитием этих метапредметных умений должна стать неотъемлемой частью подготовки к ЕГЭ по математике.

Таблица 17. Предположение о достигнутых и недостигнутых метапредметных результатах ФГОС

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (элементарный уровень)	
Познавательные УУД	Выполнение простых алгоритмов по образцу – решение линейных и простейших показательных уравнений (задание В6, 69,77 %), вычисление значений выражений с использованием базовых формул (задание В7 – 16,28 %, но относительно выше других). Применение известных формул в стандартных ситуациях – вычисление вероятности по классическому определению (задание В4, 46,51 %), применение формул площадей для фигур на клетчатой бумаге (задание В1, 39,53 %)
Коммуникативные УУД	Запись краткого ответа – в заданиях с кратким ответом (1–12) фиксируется только числовой результат, что не требует развёрнутого изложения
Регулятивные УУД	Действие по готовому алгоритму – решение стандартных уравнений (В6) и простых задач по теории вероятностей (В4) показывает способность следовать известной инструкции
Недостигнутые метапредметные результаты	
Познавательные УУД	Установление существенных признаков и классификация – неумение выбрать нужную формулу в сложных конфигурациях, путаница в признаках фигур (задания В1, В3, С2), неверная классификация взаимного расположения фигур в пространстве (задание С2). Выявление закономерностей и построение доказательств – неспособность провести доказательные рассуждения в стереометрии (С2 – 0 %), планиметрии (С5 – 0 %) и теории чисел (С7 – 0 %), отсутствие логических цепочек при решении задач с параметром (С6 – 0 %). Моделирование реальных ситуаций – неумение составить уравнение или систему по условию текстовой задачи (В9 – 0 %, В10 – 18,60 %, С4 – 0 %), неспособность интерпретировать полученный результат в контексте задачи (экономические задачи, задачи на проценты и движение). Работа с информацией в различной форме – неумение читать графики функций и производной (В8 – 23,26 %, В11 – 16,28 %), путаница между графиком функции и графиком производной, неверное определение промежутков монотонности и экстремумов
Коммуникативные УУД	Развёрнутое и логичное изложение решения – в заданиях с развёрнутым ответом (13–19) решения либо отсутствуют, либо записаны в виде набора формул без пояснений, не указывается ОДЗ, не обосновываются равносильные преобразования, не оформляются доказательства (например, в задании 14). Процент

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (элементарный уровень)	
Познавательные УУД	Выполнение простых алгоритмов по образцу – решение линейных и простейших показательных уравнений (задание В6, 69,77 %), вычисление значений выражений с использованием базовых формул (задание В7 – 16,28 %, но относительно выше других). Применение известных формул в стандартных ситуациях – вычисление вероятности по классическому определению (задание В4, 46,51 %), применение формул площадей для фигур на клетчатой бумаге (задание В1, 39,53 %)
Коммуникативные УУД	Запись краткого ответа – в заданиях с кратким ответом (1–12) фиксируется только числовой результат, что не требует развёрнутого изложения
Регулятивные УУД	Действие по готовому алгоритму – решение стандартных уравнений (В6) и простых задач по теории вероятностей (В4) показывает способность следовать известной инструкции
Недостигнутые метапредметные результаты	
Познавательные УУД	Установление существенных признаков и классификация – неумение выбрать нужную формулу в сложных конфигурациях, путаница в признаках фигур (задания В1, В3, С2), неверная классификация взаимного расположения фигур в пространстве (задание С2). Выявление закономерностей и построение доказательств – неспособность провести доказательные рассуждения в стереометрии (С2 – 0 %), планиметрии (С5 – 0 %) и теории чисел (С7 – 0 %), отсутствие логических цепочек при решении задач с параметром (С6 – 0 %). Моделирование реальных ситуаций – неумение составить уравнение или систему по условию текстовой задачи (В9 – 0 %, В10 – 18,60 %, С4 – 0 %), неспособность интерпретировать полученный результат в контексте задачи (экономические задачи, задачи на проценты и движение). Работа с информацией в различной форме – неумение читать графики функций и производной (В8 – 23,26 %, В11 – 16,28 %), путаница между графиком функции и графиком производной, неверное определение промежутков монотонности и экстремумов
	выполнения всех заданий части 2 в этой группе стремится к нулю (С1–С7 – 0 % для большинства).
Регулятивные УУД	Самоорганизация и планирование – неумение составить план решения многошаговых задач (С4 – экономика, С6 – параметры, С7 – теория чисел), хаотичные преобразования, нерациональный выбор метода, приводящий к тупиковым ситуациям.

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (элементарный уровень)	
Познавательные УУД	Выполнение простых алгоритмов по образцу – решение линейных и простейших показательных уравнений (задание В6, 69,77 %), вычисление значений выражений с использованием базовых формул (задание В7 – 16,28 %, но относительно выше других). Применение известных формул в стандартных ситуациях – вычисление вероятности по классическому определению (задание В4, 46,51 %), применение формул площадей для фигур на клетчатой бумаге (задание В1, 39,53 %)
Коммуникативные УУД	Запись краткого ответа – в заданиях с кратким ответом (1–12) фиксируется только числовой результат, что не требует развёрнутого изложения
Регулятивные УУД	Действие по готовому алгоритму – решение стандартных уравнений (В6) и простых задач по теории вероятностей (В4) показывает способность следовать известной инструкции
Недостигнутые метапредметные результаты	
Познавательные УУД	Установление существенных признаков и классификация – неумение выбрать нужную формулу в сложных конфигурациях, путаница в признаках фигур (задания В1, В3, С2), неверная классификация взаимного расположения фигур в пространстве (задание С2). Выявление закономерностей и построение доказательств – неспособность провести доказательные рассуждения в стереометрии (С2 – 0 %), планиметрии (С5 – 0 %) и теории чисел (С7 – 0 %), отсутствие логических цепочек при решении задач с параметром (С6 – 0 %). Моделирование реальных ситуаций – неумение составить уравнение или систему по условию текстовой задачи (В9 – 0 %, В10 – 18,60 %, С4 – 0 %), неспособность интерпретировать полученный результат в контексте задачи (экономические задачи, задачи на проценты и движение). Работа с информацией в различной форме – неумение читать графики функций и производной (В8 – 23,26 %, В11 – 16,28 %), путаница между графиком функции и графиком производной, неверное определение промежутков монотонности и экстремумов
	Самоконтроль и коррекция – арифметические ошибки в заданиях с кратким ответом (например, В7 – 16,28 %), отсутствие проверки корней на ОДЗ (задания С1, С3), неоценка правдоподобности результата (отрицательная скорость, невозможные значения). Участники не исправляют найденные ошибки, что указывает на низкий уровень рефлексии.

Таким образом, для участников, не преодолевших минимальный балл, достигнуты лишь элементарные познавательные и регулятивные умения, связанные с выполнением простых алгоритмов и применением базовых формул в стандартных ситуациях. Все остальные метапредметные результаты (логические, исследовательские, коммуникативные, самоорганизация и самоконтроль) недостигнуты, что проявляется в полном отсутствии успешных решений заданий повышенного и высокого уровней сложности, неумении строить доказательства, моделировать реальные процессы, грамотно оформлять решения и проверять их. Коррекционная работа должна быть направлена на развитие именно этих «зон роста» через поэтапное формирование логического мышления, исследовательских навыков и рефлексивных умений.

В качестве рекомендаций для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся с минимальным уровнем подготовки можно выделить следующие направления.

1. Приоритетное освоение заданий части 1 (задания 1–12).

Для успешного преодоления минимального порога (27 тестовых баллов) обучающимся с минимальным уровнем подготовки необходимо сосредоточиться на выполнении заданий базового и части повышенного уровня сложности из части 1, которые приносят 1 первичный балл каждое. Рекомендуется выделить следующие приоритетные группы заданий для отработки:

- Задание 4 (классическая вероятность) – наиболее доступное для понимания, требует лишь умения подсчитывать число благоприятных и общее число исходов.
- Задание 6 (уравнения) – решение линейных, квадратных, кубических, дробных, иррациональных и простейших показательных/логарифмических уравнений.
- Задание 1 (планиметрия) – вычисление площадей, длин и углов с использованием базовых формул.

- Задание 7 (преобразования выражений) – действия со степенями, корнями, логарифмами, тригонометрическими функциями по известным формулам.
- Задание 8 и 11 (чтение графиков) – определение свойств функции по графику или графику производной.

Практические шаги:

- Составить для каждого обучающегося индивидуальный «маршрутный лист» с перечнем заданий, которые он должен научиться выполнять.
- Отрабатывать задания каждого типа на отдельных занятиях до достижения стабильного результата (не менее 70–80 % правильных ответов).
- Использовать тренировочные варианты, но с ограничением – решать только выбранные приоритетные задания.

2. Систематическая работа над вычислительными навыками.

Большинство ошибок в группе несдавших связано с арифметическими просчётами, неверным применением формул и потерей знаков. Это указывает на недостаточную сформированность регулятивных УУД (самоконтроль) и базовых вычислительных умений.

Практические шаги:

- Ежедневно включать в уроки 5–7 минут вычислительной разминки (действия с дробями, степенями, корнями, раскрытие скобок).
- Обучать приёмам прикидки и оценки результата – это позволяет контролировать правдоподобность ответа.
- Требовать обязательной проверки найденных корней подстановкой в уравнение (особенно для логарифмических и дробно-рациональных уравнений).

3. Формирование навыков работы с текстом задачи и моделирования.

Задания 9, 10 (текстовые задачи) выполняются группой несдавших с нулевым или крайне низким процентом. Причина – неумение перевести условие задачи на язык математики.

Практические шаги:

- Учить выделять ключевые слова и величины в условии задачи, составлять краткую запись или таблицу.
- Начинать с арифметического способа решения (для простых задач на проценты и движение), затем переходить к алгебраическому.
- Отрабатывать типовые схемы: задачи на проценты, задачи на движение, задачи на совместную работу.

4. Развитие пространственного мышления и геометрических навыков.

Геометрические задания (B1, B2, B3) показывают наиболее низкие результаты (до 0–9 %). Причина – недостаточное развитие пространственного мышления и слабое знание базовых геометрических фактов.

Практические шаги:

- Использовать наглядные модели для демонстрации взаимного расположения элементов.
- Отрабатывать простейшие стереометрические вычисления: объём и площадь поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда, правильной призмы и пирамиды.
- Создать опорный лист с основными формулами длин, площадей и объёмов.

5. Целенаправленное формирование метапредметных умений.

Как показал анализ, у данной группы недостаточно сформированы познавательные (логические, исследовательские), коммуникативные и регулятивные УУД.

Практические шаги:

- Логические действия: при решении каждой задачи требовать от обучающегося объяснения выбора метода и каждого шага решения. Использовать приёмы «комментированное решение» и «решение с обоснованием».

- Исследовательские действия: включать задачи с нестандартной формулировкой, но доступным содержанием, учить выдвигать гипотезы и проверять их на простых примерах.
- Самоконтроль: ввести обязательный этап проверки решения (подстановка, прикидка, оценка на разумность). Учить находить и исправлять собственные ошибки – для этого полезно вести «тетрадь ошибок».
- Работа с информацией: регулярно использовать задания на чтение графиков и таблиц, учить формулировать выводы по представленным данным.

6. Организация повторения и диагностики.

Эффективная подготовка – это не решение всех заданий подряд, а точечная работа над определёнными типами.

Практические шаги:

- В начале учебного года провести диагностическую работу для определения стартового уровня каждого обучающегося.
- Выделить 2–3 типа заданий, которые вызывают наибольшие трудности у конкретного ученика, и сфокусировать на них основное внимание.
- Регулярно (раз в 2–3 недели) проводить срезы только по отработываемым заданиям для отслеживания прогресса.
- Использовать «Навигатор подготовки» и методические рекомендации ФИПИ для планирования занятий.

7. Психологическая поддержка и мотивация

Обучающиеся с минимальным уровнем подготовки часто испытывают тревогу и неуверенность, что мешает им демонстрировать даже имеющиеся знания.

Практические шаги:

- Формировать установку на достижимость результата: для преодоления порога достаточно выполнить 5 заданий части 1.
- Хвалить за каждый положительный сдвиг, создавать ситуацию успеха.

- Обучать приёмам тайм-менеджмента: начинать экзамен с самых простых и понятных заданий, не заикливаться на сложных.

Таким образом, работа с группой обучающихся, не преодолевших минимальный балл, должна строиться на принципах приоритетности, систематичности и поэтапности. Важно не пытаться охватить весь курс, а сконцентрироваться на ограниченном наборе заданий и умений, которые при систематической отработке гарантированно принесут баллы. Параллельно необходимо целенаправленно формировать метапредметные умения (самоконтроль, логическое мышление, работа с информацией), без которых даже знание формул не приведёт к успеху на экзамене. Регулярная диагностика и индивидуальный подход позволяют отслеживать прогресс и своевременно корректировать траекторию подготовки.

Методический анализ выполнения заданий обучающимися с низким уровнем подготовки (в группе от минимального до 60 т.б.)

Участники данной группы демонстрируют фрагментарное, но уже системное владение рядом разделов школьного курса математики, преимущественно на базовом уровне. Их результаты показывают, что они способны применять знания в стандартных, алгоритмических ситуациях, но испытывают значительные затруднения при решении задач, требующих многошаговых рассуждений, нестандартного подхода или глубокого понимания теории.

В соответствии с ФОП и кодификатором ЕГЭ, у участников данной группы можно выделить следующие сформированные умения и освоенные темы программы.

1. Алгебра и начала математического анализа.

Таблица 18. Сформированные умения и освоенные темы программы

Раздел / Тема	Сформированные умения	Задания, % выполнения
Числа и вычисления	Уверенно выполнять арифметические действия с рациональными числами; выполнять преобразования числовых	Задание 7 – 68,77%

	выражений, содержащих степени, корни и логарифмы; применять свойства степени и логарифма для преобразования выражений	
Уравнения и неравенства	Решать линейные, квадратные и простейшие показательные и логарифмические уравнения; применять алгоритмы решения стандартных уравнений	Задание 6 – 96,25%
Функции и графики	Определять свойства функции по её графику (нули, промежутки знакопостоянства, монотонность); использовать график для решения уравнений; распознавать функции изученных видов	Задание 11 – 75,77%
Начала математического анализа	Вычислять производные элементарных функций; определять промежутки возрастания и убывания функции по графику производной (на элементарном уровне)	Задание 8 – 51,02%

2. Геометрия.

Таблица 19. Сформированные умения и освоенные темы программы

Раздел / Тема	Сформированные умения	Задания, % выполнения
Фигуры на плоскости	Вычислять геометрические величины (длины, углы, площади) с использованием формул и теорем планиметрии; решать задачи на клетчатой бумаге; применять свойства геометрических фигур	Задание 1 – 76,79%
Координаты и векторы	Оперировать понятиями вектора, координаты вектора; выполнять действия с векторами (сложение, умножение на число); вычислять скалярное произведение и угол между векторами	Задание 2 – 82,25%
Прямые и плоскости в пространстве	Вычислять объёмы и площади поверхностей простейших многогранников (куб, прямоугольный параллелепипед, призма, пирамида) по готовым формулам; распознавать взаимное расположение элементов в пространстве	Задание 3 – 50,17%

4. Вероятность и статистика.

Таблица 20. Сформированные умения и освоенные темы программы

Раздел / Тема	Сформированные умения	Задания, % выполнения
Вероятность	Вычислять вероятности случайных событий с использованием классического определения; применять формулы сложения и умножения вероятностей в простейших случаях	Задание 4 – 91,81%
Вероятность и комбинаторика	Применять комбинаторные правила для подсчёта числа исходов; вычислять вероятности событий с использованием комбинаторных формул	Задание 5 – 70,82%

5. Текстовые задачи.

Таблица 21. Сформированные умения и освоенные темы программы

Раздел / Тема	Сформированные умения	Задания, % выполнения
Решение текстовых задач	Составлять уравнения по условию задачи на проценты, движение и работу; решать стандартные типы задач с использованием арифметических и алгебраических методов	Задание 10 – 63,48%

Таким образом, участники группы «от минимального до 60 т.б.» в основном достигли предметных результатов ФГОС на базовом уровне в части:

- вычислительных навыков и преобразований выражений;
- решения стандартных уравнений (линейных, квадратных, простейших показательных/логарифмических);
- применения формул планиметрии в стандартных конфигурациях;
- работы с векторами и чтения графиков функций;
- вычисления вероятностей по классической формуле.

Таблица 22. Темы программы и умения, которые в наименьшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в
-------	-------------------------	----------------------

		соответствии с ФОП
1.	Решение тригонометрических уравнений (включая отбор корней). Умение применять основные тригонометрические формулы (основное тождество, формулы двойного угла, суммы/разности) для преобразования выражений; умение использовать тригонометрическую окружность для отбора корней на заданном промежутке	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
2.	Решение уравнений и неравенств с параметром. Умение анализировать зависимость числа решений от значений параметра; применять графические методы (координатная плоскость) и аналитические методы (совокупности и системы условий) для исследования параметрических задач	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
3.	Решение показательных и логарифмических неравенств (включая системы и совокупности). Умение применять свойства монотонности функций, метод интервалов, учитывать область допустимых значений при решении неравенств	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
4.	Производная и её применение для исследования функций. Умение находить точки экстремума, промежутки возрастания/убывания, наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке; умение решать прикладные задачи на оптимизацию (задания В12 и части С)	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
5.	Экономические задачи (кредиты, вклады, оптимизация). Умение строить математическую модель финансовой ситуации (составлять уравнение или систему уравнений по схеме платежей); умение интерпретировать полученный результат в контексте задачи	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
6.	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление. Умение доказывать утверждения о взаимном расположении прямых и плоскостей (параллельность, перпендикулярность); умение вычислять расстояния и углы в многогранниках (в том числе с использованием координатно-векторного метода); умение строить сечения	10–11 классы (Геометрия)
7.	Планиметрические задачи повышенной сложности. Умение применять теоремы планиметрии (подобие треугольников, теоремы синусов и косинусов, теорема о произведении отрезков хорд) в нетривиальных конфигурациях; умение проводить доказательные рассуждения	7–9 классы (Геометрия)

8.	Задачи на моделирование реальных ситуаций (практико-ориентированные задачи с большим объёмом данных). Умение выделять ключевые данные из текста и таблиц, составлять математическую модель (уравнение, систему), выполнять многошаговые вычисления и интерпретировать результат	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
9.	Решение сложных текстовых задач на движение, работу, проценты. Умение составлять уравнения и системы уравнений по условию задач с несколькими неизвестными и взаимосвязями; умение анализировать и проверять полученное решение на соответствие реальному смыслу	5–9 классы (Математика, Алгебра)
10.	Теоретико-числовые задачи (делимость, остатки, свойства целых чисел). Умение применять признаки делимости, свойства НОД и НОК, алгоритм Евклида при решении задач; умение проводить доказательные рассуждения в теории чисел	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра)
11.	Комбинаторные задачи и вычисление вероятностей с использованием комбинаторных формул. Умение различать перестановки, размещения и сочетания; умение применять формулы комбинаторики для подсчёта числа исходов и вероятностей событий в сложных экспериментах	9–10 классы (Алгебра, Вероятность и статистика)
12.	Преобразования иррациональных выражений и решение иррациональных уравнений/неравенств. Умение выполнять тождественные преобразования с корнями; умение решать уравнения и неравенства с использованием равносильных переходов и проверки ОДЗ	8–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
13.	Применение производной к задачам с параметром. Умение использовать производную для исследования функций, содержащих параметр; умение определять условия, при которых функция имеет заданные свойства (критические точки, экстремумы)	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
14.	Построение и исследование геометрических моделей (в том числе с использованием метода координат). Умение использовать координатный и векторный методы для решения геометрических задач; умение составлять уравнения плоскостей и прямых в пространстве	10–11 классы (Геометрия)

Все перечисленные темы и умения показали процент выполнения менее 15–20 % в группе «от минимального до 60 т.б.», а по многим заданиям (С2, С5, С6, С7) процент выполнения близок к нулю. Это свидетельствует о системных

пробелах в подготовке, требующих целенаправленной коррекционной работы на уровне как предметных, так и метапредметных результатов.

Выделим «зоны роста» в части предметной подготовки для уверенного получения 60-70 т.б.

Первая зона роста – решение тригонометрических уравнений с отбором корней (задание 13).

В задании 13 проверяется умение решать тригонометрическое уравнение и производить отбор корней, принадлежащих заданному промежутку. Типичные ошибки – незнание основных тригонометрических формул, неумение применять тригонометрическую окружность для отбора корней, потеря корней при делении на выражение с переменной, неверное определение периода. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Повторить основные тригонометрические формулы: основное тождество, формулы двойного и половинного угла, формулы суммы и разности синусов/косинусов, формулы приведения.
- Отработать алгоритмы решений уравнения различными методами (замена, разложение на множители, однородное уравнение).
- Обучать отбору корней с помощью тригонометрической окружности: отметить заданный промежуток, найти все точки, принадлежащие промежутку, записать ответ с учётом периода.
- Систематически решать по 2–3 таких задачи в неделю, постепенно усложняя уравнения (переход от простейших к уравнениям, требующим применения нескольких формул).

Вторая зона роста – решение показательных и логарифмических неравенств (задание 15).

В задании 15 проверяется умение решать показательные и логарифмические неравенства с учётом области допустимых значений. Типичные ошибки – неучет ОДЗ, неверное применение свойств монотонности функций, ошибки в методе интервалов, потеря корней при переходе к

равносильному неравенству. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Повторить свойства показательной и логарифмической функций (монотонность, область определения, область значений).
- Отработать алгоритм решения: найти ОДЗ, преобразовать неравенство к простейшему виду, применить свойства монотонности.
- Использовать метод интервалов для логарифмических неравенств, учитывая, что логарифм определён только при положительном аргументе.
- Отрабатывать решение систем неравенств (когда в неравенстве несколько логарифмов, требующих ОДЗ), а также неравенств, сводящихся к квадратным с помощью замены переменной.
- Акцентировать внимание на проверке найденных решений на принадлежность ОДЗ – обязательный этап, который часто пропускается.

Третья зона роста – исследование функций с помощью производной (задания 8 и 12).

В заданиях 8 и 12 проверяется умение исследовать функции с помощью производной: определять промежутки возрастания и убывания, находить точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Типичные ошибки – путаница между графиком функции и графиком производной, неверное определение знаков производной, арифметические ошибки при вычислении производной, неучет концов отрезка при поиске наибольшего/наименьшего значения. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Отработать нахождение производных элементарных функций (степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических) до автоматизма.
- Отрабатывать определение точек экстремума по графику производной (задание 8): если производная меняет знак с «+» на «-» – точка максимума, с «-» на «+» – точка минимума.

- Для задания 12 (нахождение наибольшего/наименьшего значения функции на отрезке) использовать алгоритм: найти производную, найти критические точки (где производная равна 0 или не существует), вычислить значение функции в этих точках и на концах отрезка, выбрать наибольшее/наименьшее.

Четвёртая зона роста – стереометрические задачи (задание 3).

В задании 3 проверяется умение вычислять длины, углы, объёмы и площади поверхностей многогранников и круглых тел. Типичные ошибки – незнание формул объёмов и площадей, неумение применить теорему Пифагора в пространстве, отсутствие пространственного мышления. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Выучить формулы объёмов и площадей поверхностей для основных стереометрических тел.
- Отрабатывать вычисления по готовым чертежам (нахождение диагонали куба, высоты пирамиды, площади боковой поверхности).

Пятая зона роста – текстовые задачи (задание 10).

В задании 10 проверяется умение решать текстовые задачи разных типов, составляя уравнения и системы уравнений по условию. Типичные ошибки – неверный перевод процентов в десятичные дроби, путаница в формулах движения (особенно при встречном движении и движении по течению), неумение составить уравнение из условия задачи с несколькими неизвестными, потеря корней по смыслу. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Начать с арифметического способа решения (например, для процентов – найти 1% и умножить), затем переходить к составлению пропорции или уравнения.
- Для задач на движение всегда составлять таблицу с колонками «скорость», «время», «расстояние», чётко обозначая неизвестные.
- Отрабатывать типы: задачи на проценты (нахождение процента от числа, числа по его проценту, процентное изменение), задачи на

движение (сближение, удаление, движение по течению), задачи на работу (совместная работа, производительность).

- После решения обязательно проверять ответ на соответствие реальности (скорость не может быть отрицательной, время – положительным, процент – не более 100).

Таким образом, перечисленные зоны роста охватывают задания, которые при систематической отработке дают максимальный прирост баллов для участников группы «от минимального до 60 т.б.». Для уверенного получения 60–70 тестовых баллов достаточно сосредоточиться на следующих заданиях:

- Задания 1–12 (часть 1) – отработать до стабильного выполнения 10–11 заданий из 12 (10–11 первичных баллов).
- Задание 13 – тригонометрическое уравнение с отбором корней (2 балла).
- Задание 15 – показательное или логарифмическое неравенство (2 балла).

Регулярная работа с полными вариантами (с ограничением времени), ведение тетради ошибок и систематический анализ своих результатов позволят достичь этой цели.

Задания части 1 проверяют базовые вычислительные и логические умения, но их успешное выполнение также требует сформированности ряда метапредметных навыков.

Задания 1–3 (геометрия: планиметрия, векторы, стереометрия).

Типичные ошибки, обусловленные слабой сформированностью метапредметных умений:

- Неумение устанавливать существенные признаки и классифицировать (познавательные УУД, 1.1.1): ошибки при выборе нужной формулы для вычисления площади или объёма, путаница в типах геометрических фигур и их свойствах.
- Недостаток пространственного мышления и неумение работать с информацией (познавательные УУД, 1.3.1): неверное чтение чертежей, непонимание взаимосвязи элементов геометрической конструкции, сложности при мысленном оперировании пространственными образами.

Задания 4–5 (теория вероятностей).

Типичные ошибки:

- Неумение строить логические рассуждения и выявлять закономерности (познавательные УУД, 1.1.2): путаница между операциями «и» и «или» при применении правил сложения и умножения вероятностей.
- Неумение анализировать и интерпретировать информацию (познавательные УУД, 1.3.1): неверный подсчёт общего числа исходов или числа благоприятных исходов в комбинаторных задачах.

Задания 6–7 (уравнения и преобразования выражений).

Типичные ошибки:

- Недостаточный самоконтроль (регулятивные УУД, 3.2.2): арифметические ошибки, «потеря» знака при переносе слагаемых, неверное применение формул. Эти ошибки являются самыми массовыми, и баллы теряются не из-за незнания алгоритмов, а из-за невнимательности и отсутствия привычки проверять себя.
- Игнорирование ОДЗ (регулятивные УУД, 3.2.1): в логарифмических и иррациональных уравнениях выпускники забывают об ограничениях или не учитывают их при отборе корней. Это прямое следствие несформированности навыка самоконтроля.

Задание 8 (приложение производной функции).

Типичные ошибки:

- Неумение интерпретировать информацию, представленную в графической форме (познавательные УУД, 1.3.1): путаница между графиком самой функции и графиком её производной. Учащиеся не могут правильно «прочитать» график: определить промежутки возрастания/убывания или точки экстремума.
- Неумение выявлять закономерности и делать выводы (познавательные УУД, 1.1.2): непонимание связи между знаком производной и характером монотонности функции.

Задания 9–12 (задания повышенного уровня).

Типичные ошибки:

- Неумение моделировать реальные ситуации (познавательные УУД, 1.2.7): в заданиях 9 и 10 (текстовые задачи) учащиеся не могут перевести условие задачи на язык математики, составить уравнение или неравенство. Они пытаются действовать по шаблону, а не анализировать конкретную ситуацию.
- Неумение самостоятельно составлять план решения (регулятивные УУД, 3.1.2): в задании 12 (применение производной) выбор неверной стратегии или пропуск этапа проверки критических точек и концов отрезка.
- Неумение анализировать полученные результаты (познавательные УУД, 1.2.5): отсутствие проверки корней на принадлежность отрезку или оценка правдоподобности полученного ответа.

Задания части 2 предъявляют повышенные требования к сформированности метапредметных умений, особенно коммуникативных и регулятивных.

Задание 13 (тригонометрические уравнения).

Типичные ошибки:

- Неумение строить логические рассуждения и обосновывать свои действия (коммуникативные УУД, 2.1.2): отбор корней на тригонометрическом круге выполняется интуитивно, без чёткого обоснования.
- Неумение анализировать и систематизировать информацию (познавательные УУД, 1.3.1): ошибки в знаках тригонометрических функций в разных четвертях, непонимание периодичности функций.

Задание 14 (стереометрическая задача).

Типичные ошибки:

- «Подмена доказательства очевидностью» (коммуникативные УУД, 2.1.3): вместо строгого логического обоснования учащиеся опираются на визуальное восприятие чертежа.
- Неумение выдвигать гипотезу и находить аргументы для доказательства (познавательные УУД, 1.2.4): отсутствие навыка построения цепочки логических рассуждений для доказательства геометрических утверждений.
- Неумение планировать решение и контролировать его этапы (регулятивные УУД, 3.1.2, 3.2.2): вычислительные ошибки в многоходовых задачах, даже при верном методе решения.

Задание 15 (логарифмические и показательные неравенства).

Типичные ошибки:

- Игнорирование ОДЗ (регулятивные УУД, 3.2.1): наиболее частая ошибка – забывают про область допустимых значений при решении логарифмических неравенств.
- Неумение применять метод интервалов и анализировать знаки (познавательные УУД, 1.1.2): ошибки при расстановке знаков на промежутках, неверное определение множества решений.

Задание 16 (экономическая задача).

Типичные ошибки:

- Неумение строить и исследовать математические модели (познавательные УУД, 1.2.7): недостаточное формирование умения строить и исследовать математические модели при решении экономической задачи.
- Неумение интерпретировать полученный результат (познавательные УУД, 1.2.5): отсутствие проверки ответа на соответствие реальному смыслу.

Задание 17 (планиметрическая задача).

Типичные ошибки:

- Неумение устанавливать причинно-следственные связи (познавательные УУД, 1.2.4): трудности с применением теорем в нестандартной конфигурации, неумение увидеть знакомую конструкцию в новой задаче.
- Неумение развёрнуто и логично излагать свою точку зрения (коммуникативные УУД, 2.1.2): решение записано в виде набора формул без пояснений, отсутствует чёткая логическая структура.

Задания 18–19 (задания высокого уровня сложности с параметром и на теорию чисел).

Типичные ошибки:

- Неполное исследование (познавательные УУД, 1.2.7): в задании 18 (с параметром) – неполное исследование случаев взаимного расположения фигур или случаев в зависимости от раскрытия модуля.
- Неумение выдвигать гипотезы и проверять их (познавательные УУД, 1.2.4): в задании 19 (теория чисел) – отсутствие системного перебора, неумение выдвинуть и проверить гипотезу.
- Неумение самостоятельно составлять план решения (регулятивные УУД, 3.1.2): отсутствие четкого плана действий при решении сложной, многошаговой задачи.

Таким образом, недостаточная сформированность метапредметных умений является одной из ключевых причин низких результатов ЕГЭ по математике профильного уровня.

1. Познавательные УУД (особенно умение моделировать, анализировать информацию и строить логические рассуждения) критически важны для решения заданий 9, 10, 16 (моделирование), 8 (интерпретация графиков), 14, 17 (доказательства).

2. Регулятивные УУД (самоконтроль, планирование, самооценка) влияют на успешность выполнения всех заданий, но особенно значимы для заданий 13, 15 (проверка ОДЗ и корней), 12 (выбор стратегии), 18, 19 (планирование решения).

3. Коммуникативные УУД (умение логично и развёрнуто излагать мысли) являются определяющими для получения максимального балла за задания 13–19 с развёрнутым ответом.

Таким образом, целенаправленное формирование метапредметных умений в процессе обучения математике является необходимым условием для успешной сдачи ЕГЭ и должно стать неотъемлемой частью подготовки, наряду с освоением предметного содержания.

Таблица 22. Предположение о достигнутых и недостигнутых метапредметных результатах ФГОС

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (элементарный и базовый уровень)	
Познавательные УУД	Умение выполнять действия по алгоритму – решение стандартных уравнений (задание 6, 96,25 %), выполнение преобразований выражений (задание 7, 68,77 %), вычисление вероятностей (задание 4, 91,81 %). Участники способны следовать известному алгоритму, применять формулы в стандартных ситуациях. Умение анализировать информацию, представленную в графической форме (элементарный уровень) – определение свойств функции по готовому графику (задание 11, 75,77 %), вычисление геометрических величин по чертежу (задание 1, 76,79 %). Умение устанавливать причинно-следственные связи в простых ситуациях – решение задач на проценты и движение (задание 10, 63,48 %), применение классической формулы вероятности (задание 5, 70,82 %)
Коммуникативные УУД	Умение фиксировать результат в заданной форме – запись краткого ответа в заданиях 1–12 в виде числа или десятичной дроби выполняется без существенных затруднений
Регулятивные УУД	Умение следовать инструкции и выполнять задание по образцу – участники демонстрируют способность выполнять стандартные процедуры (решение уравнений, вычисления) при наличии чёткой инструкции, что подтверждается высоким процентом выполнения заданий 4 и 6. Элементарный самоконтроль – в простых вычислениях ошибки встречаются реже, чем в сложных (например, в задании 7 процент выполнения 68,77 %, что выше, чем в задании 8)
Недостигнутые метапредметные результаты	

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (элементарный и базовый уровень)	
Познавательные УУД	Умение классифицировать и устанавливать существенные признаки – неумение выбрать нужный метод решения нестандартного уравнения (задание 13 – 1,02 % на 2 балла), неверная классификация геометрических конфигураций (задание 14 – 0,17 % за 1 балл), путаница в признаках фигур (задание 17 – 0 %). Умение выявлять закономерности и делать выводы – отсутствие способности проводить доказательные рассуждения (задания 14, 17, 19), неумение анализировать зависимости в задачах с параметром (задание 18 – 0,17 %), неспособность обобщать и применять известные теоремы в новой ситуации. Умение моделировать реальные ситуации – неумение составить математическую модель экономической задачи (задание 16 – 0,09 % за 1 балл), сложности с интерпретацией условия задачи с большим объёмом данных (задание 9 – 56,48 %), неспособность оценить правдоподобность полученного результата. Умение работать с информацией в нестандартной форме – неумение читать график производной (задание 8 – 51,02 %), путаница между графиком функции и графиком производной, неверное определение промежутков монотонности и точек экстремума
Коммуникативные УУД	Умение развёрнуто и логично излагать свою точку зрения – в заданиях с развёрнутым ответом (13–19) участники не могут грамотно оформить решение: отсутствует обоснование равносильности преобразований, не указывается ОДЗ, не приводятся доказательства (особенно в заданиях 14 и 17). Процент выполнения всех заданий части 2 в этой группе крайне низок (0–1 % за полное решение). Умение аргументировать свои выводы – вместо строгих логических рассуждений участники часто ссылаются на визуальное восприятие, не обосновывают выбор метода решения, не формулируют промежуточные выводы
Регулятивные УУД	Умение самостоятельно составлять план решения – неумение спланировать решение многошаговых задач, хаотичные преобразования без чёткой цели, нерациональный выбор метода, приводящий к громоздким вычислениям (задания 13, 15, 16, 18). Умение осуществлять самоконтроль – отсутствие проверки корней на ОДЗ (задания 13, 15), неоценка правдоподобности результата (отрицательная скорость, сумма кредита меньше выплат), арифметические ошибки в заданиях с кратким ответом (задание 7 – 68,77 % – всё ещё с ошибками), неисправление найденных ошибок. Умение вносить коррективы в деятельность – повторение одних и тех же ошибок в разных заданиях, что говорит о низком уровне рефлексии. Участники не анализируют причины своих ошибок и не корректируют стратегию решения

Таким образом, для участников группы «от минимального до 60 т.б.» метапредметные результаты сформированы на элементарном и частично базовом уровне в части выполнения стандартных алгоритмов и простых логических операций. Однако все ключевые метапредметные умения, необходимые для решения заданий повышенного и высокого уровня сложности (логическое моделирование, доказательство, самоорганизация, развёрнутое изложение), остаются недостигнутыми.

Для перехода в следующую балльную категорию (61–80) необходима целенаправленная работа по развитию:

- познавательных УУД – формирование навыка доказательства, моделирования, анализа нестандартных ситуаций;
- регулятивных УУД – обучение планированию, самоконтролю и рефлексии;
- коммуникативных УУД – отработка навыка грамотного оформления решений с обоснованиями.

Развитие этих метапредметных умений должно стать приоритетом при подготовке данной группы учащихся к ЕГЭ, наряду с восполнением предметных дефицитов.

Выделим рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся с низким уровнем подготовки.

1. Приоритетное освоение заданий части 1 (задания 1–12) до стабильного выполнения.

Для успешного перехода в следующую балльную категорию (61–70) обучающимся с низким уровнем подготовки необходимо довести выполнение заданий части 1 до стабильного результата – 10–11 заданий из 12.

Практические шаги:

- Провести диагностику для выявления «провальных» заданий части 1 у каждого обучающегося (обычно это задания 3, 5, 8, 12).

- Составить индивидуальные маршруты отработки «проблемных» заданий с фиксацией промежуточных результатов.
- Отрабатывать задания каждой линии (геометрия, вероятность, уравнения, производная, текстовые задачи) на отдельных занятиях до достижения стабильного результата (не менее 80 % правильных ответов).
- Использовать тренировочные варианты, но с ограничением – решать только задания части 1, постепенно увеличивая скорость выполнения.

2. Освоение задания 13 – решение тригонометрических уравнений с отбором корней.

Задание 13 является наиболее доступным из заданий части 2 для данной группы. Оно требует знания тригонометрических формул и умения работать с тригонометрической окружностью. При систематической отработке это задание может быть выполнено на 2 балла.

Практические шаги:

- Повторить основные тригонометрические формулы: основное тождество, формулы двойного и половинного угла, формулы суммы и разности, формулы приведения.
- Отработать алгоритм решения основными методами.
- Обучать отбору корней с помощью тригонометрической окружности: отметить заданный промежуток, найти все точки, принадлежащие промежутку, записать ответ.
- Систематически решать по 2–3 таких задачи в неделю, постепенно усложняя уравнения (переход от простейших к уравнениям, требующим применения нескольких формул).

3. Освоение задания 15 – решение показательных и логарифмических неравенств.

Задание 15 является вторым по доступности среди заданий части 2. Оно требует понимания свойств монотонности показательной и логарифмической

функций, умения учитывать ОДЗ и применять метод интервалов. При систематической отработке это задание также может быть выполнено на 2 балла.

Практические шаги:

- Повторить свойства показательной и логарифмической функций (монотонность, область определения, область значений).
- Отработать алгоритм решения: найти ОДЗ, преобразовать неравенство к стандартному виду, применить свойства монотонности.
- Использовать метод интервалов для логарифмических неравенств, учитывая, что логарифм определён только при положительном аргументе.
- Отрабатывать решение систем неравенств (когда в неравенстве несколько логарифмов, требующих ОДЗ), а также неравенств, сводящихся к квадратным с помощью замены переменной.
- Акцентировать внимание на проверке найденных решений на принадлежность ОДЗ – обязательный этап, который часто пропускается.

4. Целенаправленное развитие метапредметных умений.

Как показал анализ, у данной группы недостаточно сформированы познавательные (логические, исследовательские), коммуникативные и регулятивные УУД. Это является одной из ключевых причин низких результатов в заданиях части 2.

Практические шаги:

4.1. Логические действия (познавательные УУД):

- При решении каждой задачи требовать от обучающегося объяснения выбора метода и каждого шага решения.
- Использовать приёмы «комментированное решение» и «решение с обоснованием».
- Включать в уроки задачи на классификацию, сравнение, установление причинно-следственных связей.

4.2. Исследовательские действия (познавательные УУД):

- Включать задачи с нестандартной формулировкой, но доступным содержанием.
- Учить выдвигать гипотезы и проверять их на простых примерах.
- Отрабатывать навык анализа полученного результата на правдоподобность (оценка реалистичности ответа).

4.3. Работа с информацией (познавательные УУД):

- Регулярно использовать задания на чтение графиков и таблиц.
- Учить формулировать выводы по представленным данным.
- Отрабатывать навык извлечения информации из текста задачи и перевода её на язык математики.

4.4. Самоконтроль (регулятивные УУД):

- Ввести обязательный этап проверки решения (подстановка, прикидка, оценка на разумность).
- Учить находить и исправлять собственные ошибки – вести «тетрадь ошибок».
- Отрабатывать навык проверки корней на принадлежность ОДЗ.

4.5. Коммуникативные УУД:

- Учить грамотно оформлять решения заданий с развёрнутым ответом: указывать ОДЗ, обосновывать равносильность преобразований, записывать ответ.
- Отрабатывать структуру доказательства: условие $\rightarrow$ что требуется доказать $\rightarrow$ логические шаги $\rightarrow$ вывод.
- Ожидаемый результат: повышение качества оформления решений, снижение числа вычислительных ошибок, улучшение понимания условия задач.

5. Работа со стереометрической задачей (задание 3).

Задание 3 (базовый уровень) – самое доступное для отработки в геометрическом блоке.

Практические шаги:

- Выучить формулы объёмов и площадей поверхностей для основных стереометрических фигур.
- Отрабатывать вычисления по заданиям открытого банка ФИПИ.

7. Организация повторения и диагностики.

Эффективная подготовка – это не решение всех заданий подряд, а точечная работа над определёнными типами.

Практические шаги:

- В начале учебного года провести диагностическую работу для определения стартового уровня каждого обучающегося.
- Выделить 3–4 типа заданий, которые вызывают наибольшие трудности у конкретного ученика, и сфокусировать на них основное внимание.
- Регулярно (раз в 2–3 недели) проводить срезы только по отрабатываемым заданиям для отслеживания прогресса.
- Использовать «навигатор подготовки» и методические рекомендации ФИПИ для планирования занятий.
- К концу учебного года перейти к решению полных вариантов с ограничением времени, отрабатывая тайм-менеджмент.

8. Психологическая поддержка и мотивация.

Обучающиеся с низким уровнем подготовки часто испытывают тревогу и неуверенность, что мешает им демонстрировать даже имеющиеся знания.

Практические шаги:

- Формировать установку на достижимость результата.
- Хвалить за каждый положительный сдвиг, создавать ситуацию успеха.
- Обучать приёмам тайм-менеджмента: начинать экзамен с самых простых и понятных заданий, не заикливаться на сложных.
- Объяснить, что частичное решение задания части 2 приносит баллы – не обязательно решать задачу полностью.
- Проводить разбор типичных ошибок, акцентируя внимание на том, что их можно избежать при внимательной проверке.

Таким образом, работа с группой обучающихся, имеющих результаты от минимального балла до 60 т.б., должна строиться на принципах приоритетности, систематичности и поэтапности. Важно не пытаться охватить весь курс, а сконцентрироваться на ограниченном наборе заданий и умений, которые при систематической отработке гарантированно принесут баллы:

- Приоритет 1 (обязательный): задания 1–12 (часть 1) – 10–11 баллов.
- Приоритет 2 (основной): задания 13 и 15 – 4 балла.

Параллельно необходимо целенаправленно формировать метапредметные умения (самоконтроль, логическое мышление, работа с информацией, оформление решений), без которых даже знание формул не приведёт к успеху на экзамене. Регулярная диагностика и индивидуальный подход позволяют отслеживать прогресс и своевременно корректировать траекторию подготовки.

Методический анализ выполнения заданий обучающимися со средним уровнем подготовки (в группе от 61 до 80 т.б.)

Участники данной группы демонстрируют системное и глубокое владение материалом школьного курса математики на базовом и повышенном уровнях. Они уверенно выполняют все задания части 1 (задания 1–12) и успешно справляются с частью заданий части 2 (задания 13, 15, а также с отдельными элементами заданий 14, 16, 17).

1. Алгебра и начала математического анализа.

Таблица 23. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
1.	Решение уравнений и неравенств различных типов – уверенное решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств; применение различных методов решения (замена переменной, разложение на множители, функционально-графический метод)	Задания 6, 13, 15 выполняются на высоком уровне (в группе от 61 до 80 баллов процент выполнения заданий 13 и 15 значительно выше, чем в предыдущих группах)

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
2.	Преобразования выражений – выполнение тождественных преобразований выражений, содержащих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции; применение свойств степеней, логарифмов и тригонометрических формул	Задание 7 выполняется на высоком уровне (в группе от 61 до 80 баллов процент выполнения превышает 90%)
3.	Исследование функций с помощью производной – нахождение производных элементарных функций; использование производной для исследования функций (монотонность, экстремумы, наибольшее/наименьшее значение); решение задач на оптимизацию	Задание 12 выполняется на высоком уровне (в группе от 61 до 80 баллов процент выполнения составляет 78%)

2. Функции и графики.

Таблица 24. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
4.	Чтение свойств функций по графику – определение по графику функции или графику производной промежутков монотонности, точек экстремума, наибольшего и наименьшего значений; использование графиков для решения уравнений	Задания 8 и 11 выполняются на высоком уровне (в группе от 61 до 80 баллов задания №1-11 выполнены на 85-98%)

3. Геометрия.

Таблица 25. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
5.	Планиметрия – вычисление геометрических величин (длин, углов, площадей) с использованием формул и теорем планиметрии; применение свойств геометрических фигур.	Задание 1 выполняется на высоком уровне (более 90%)
6.	Стереометрия (базовый уровень) – вычисление объёмов и площадей поверхностей многогранников и тел вращения по готовым	Задание 3 выполняется на высоком уровне (более 80%)

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
	формулам; определение взаимного расположения прямых и плоскостей	
7.	Векторы – операции с векторами, скалярное произведение, угол между векторами	Задание 2 выполняется на высоком уровне (более 95%)

4. Вероятность и статистика.

Таблица 26. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
8.	Классическая вероятность – вычисление вероятностей случайных событий с использованием классического определения, формул сложения и умножения вероятностей, комбинаторных формул	Задания 4 и 5 выполняются на высоком уровне (в группе от 61 до 80 баллов процент выполнения превышает 90%)

5. Текстовые задачи и моделирование.

Таблица 27. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
9.	Решение текстовых задач повышенного уровня – составление уравнений и систем уравнений по условию задач на проценты, движение, работу; интерпретация полученного результата	Задание 10 выполняется на достаточно высоком уровне (в группе от 61 до 80 баллов процент выполнения составляет около 69%)
10.	Моделирование реальных ситуаций – построение математической модели для задач на кредиты, вклады и оптимизацию; выполнение расчётов по формулам сложных процентов	Задание 16 – участники группы начинают успешно решать это задание (в группе от 61 до 80 баллов процент выполнения составляет около 15,8%)

6. Задания с параметром (начальный уровень).

Таблица 28. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
11.	Решение простейших задач с параметром – анализ частных случаев, использование графических представлений для исследования решений	Задание 18 – участники группы начинают справляться с этим заданием, получая 1–2 балла из 4 возможных

Таким образом, участники группы «от 61 до 80 т.б.» демонстрируют системное и глубокое владение материалом школьного курса математики на базовом и повышенном уровнях. Они уверенно выполняют все задания части 1 (задания 1–12) и успешно справляются с заданиями 13 и 15, а также с отдельными элементами заданий 14, 16, 17.

Наиболее сильными сторонами являются:

- решение уравнений и неравенств различных типов;
- преобразования выражений;
- работа с функциями и графиками;
- базовые геометрические вычисления (планиметрия и стереометрия);
- теория вероятностей;
- применение производной для исследования функций.

Таблица 29. Темы программы и умения, которые в наименьшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	Стереометрия: доказательство и вычисление углов и расстояний – умение доказывать утверждения о взаимном расположении прямых и плоскостей (параллельность, перпендикулярность); умение строить сечения многогранников; умение вычислять расстояния и углы в пространстве с использованием координатно-векторного метода	10–11 классы (Геометрия)

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
2.	Планиметрические задачи повышенной сложности – умение применять теоремы планиметрии (подобие треугольников, теоремы синусов и косинусов, теорема о произведении отрезков хорд, теорема Менелая) в нетривиальных конфигурациях; умение проводить доказательные рассуждения при решении планиметрических задач	7–9 классы (Геометрия)
3.	Уравнения и неравенства с параметром (высокий уровень сложности) – умение проводить полное исследование зависимости числа решений от значений параметра; умение применять графические методы (координатная плоскость, семейства кривых) для решения параметрических задач; умение использовать аналитические методы (совокупности и системы условий)	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
4.	Теоретико-числовые задачи (делимость, остатки, свойства целых чисел) – умение применять признаки делимости, свойства НОД и НОК, алгоритм Евклида при решении задач; умение проводить доказательные рассуждения в теории чисел; умение использовать метод математической индукции	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра)
5.	Комбинированные задачи с параметром и модулем – умение решать уравнения и неравенства, содержащие параметр и модуль; умение анализировать раскрытие модуля в зависимости от параметра; умение использовать метод интервалов для решения неравенств с параметром	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
6.	Экономические задачи повышенной сложности (кредиты с дифференцированными платежами, оптимизация) – умение строить математическую модель для сложных финансовых схем; умение выполнять расчёты с использованием формул сложных процентов и аннуитетных платежей; умение интерпретировать полученный результат в контексте задачи	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
7.	Доказательные задачи по теории вероятностей и комбинаторике – умение применять формулы полной вероятности и Байеса; умение использовать комбинаторные методы для подсчёта вероятностей в сложных экспериментах; умение строить дерево случайного опыта	9–10 классы (Вероятность и статистика)
8.	Геометрические задачи на доказательство с использованием векторного метода – умение применять векторный метод для решения геометрических задач на доказательство;	10–11 классы (Геометрия)

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
	умение использовать скалярное и векторное произведение для вычисления углов и расстояний	

Таким образом, все перечисленные темы и умения показали процент выполнения менее 15 % в группе «от 61 до 80 т.б.». По заданиям 14 (стереометрия) и 17 (планиметрия) процент выполнения составил 3,05 % и 0,35 % соответственно, что свидетельствует о системных пробелах в геометрической подготовке, особенно в части доказательных рассуждений. Задания 18 (параметр) и 19 (теория чисел) выполняются на уровне 1–7 %, что указывает на необходимость целенаправленной работы с заданиями высокого уровня сложности для перехода в группу 81–100 баллов.

Выделим «зоны роста» в части предметной подготовки для уверенного получения 80 и более т.б.

Первая зона роста – решение стереометрических задач на доказательство и вычисление (задание 14).

В задании 14 проверяется умение доказывать утверждения о взаимном расположении прямых и плоскостей (параллельность, перпендикулярность), а также вычислять углы и расстояния в пространстве. Типичные ошибки – отсутствие обоснованных доказательств, неумение строить сечения, неверное применение координатно-векторного метода, арифметические ошибки при вычислениях, неумение «увидеть» планиметрическую задачу в пространственной конфигурации. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Отработать стандартные приёмы доказательства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей (признаки, свойства, теорема о трёх перпендикулярах).

- Освоить координатно-векторный метод как более алгоритмичный: ввести систему координат, найти координаты точек, составить уравнения плоскостей, вычислить угол или расстояние по формулам.
- Систематически решать по 1–2 стереометрические задачи в неделю, постепенно переходя от простых к сложным конфигурациям (куб, призма, пирамида, комбинированные тела).
- Отрабатывать навык построения сечений методом следов и методом внутреннего проектирования.

Вторая зона роста – решение сложных планиметрических задач (задание 17).

В задании 17 проверяется умение решать планиметрические задачи повышенной сложности с применением теорем подобия, синусов и косинусов, свойств вписанных и описанных окружностей. Типичные ошибки – неумение «увидеть» подобные треугольники на чертеже, неверное применение теоремы синусов или косинусов, отсутствие дополнительных построений, неумение проводить доказательные рассуждения, путаница в обозначениях и соотношениях. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Систематизировать ключевые теоремы планиметрии: признаки подобия треугольников, теоремы синусов и косинусов, теорему о произведении отрезков хорд, теорему о касательной и секущей, теорему Менелая и Чебы.
- Отработать навык выполнения дополнительных построений (проведение высот, медиан, биссектрис, вспомогательных окружностей) для выявления скрытых соотношений.
- Использовать метод введения переменных и составления уравнений на основе геометрических соотношений.
- Акцентировать внимание на доказательной части: чётко формулировать, что дано и что требуется доказать, выстраивать логическую цепочку рассуждений.

- Решать задачи из открытого банка ФИПИ, постепенно усложняя конфигурации.

Третья зона роста – решение задач с параметром (задание 18).

В задании 18 проверяется умение решать уравнения и неравенства с параметром, исследовать зависимость числа решений от значений параметра. Типичные ошибки – неполное исследование частных случаев, потеря решений при переходе к равносильным преобразованиям, неумение применять графический метод (расположение корней квадратного трёхчлена, пересечение графиков), отсутствие системного перебора. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Отработать основные типы задач с параметром: линейные и квадратные уравнения с параметром, уравнения с модулем, дробно-рациональные уравнения, системы уравнений с параметром.
- Освоить графический метод: построение графиков функций для визуализации числа решений; использование метода «семейства кривых».
- Использовать аналитические методы: метод интервалов для неравенств с параметром, метод «совокупности и системы условий».
- Отрабатывать исследование квадратного уравнения на число корней с учётом дискриминанта и ограничений.
- Систематически решать задачи с параметром различных типов, постепенно увеличивая сложность.

Четвёртая зона роста – решение теоретико-числовых задач (задание 19).

В задании 19 проверяется умение решать задачи на делимость, остатки по модулю, свойства целых чисел, а также проводить доказательные рассуждения. Типичные ошибки – неумение применить признаки делимости, неверное использование свойств НОД и НОК, отсутствие системного перебора, неполное доказательство, неумение использовать метод математической индукции. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Повторить основные теоретико-числовые факты: признаки делимости; свойства НОД и НОК; алгоритм Евклида; свойства сравнений по модулю.
- Отработать метод «от противного» для доказательства утверждений.
- Освоить метод математической индукции для доказательства утверждений, зависящих от натурального параметра.
- Отрабатывать переборные задачи с использованием свойств чётности и остатков.
- Решать задачи, требующие доказательства существования или единственности решения.

Пятая зона роста – решение экономических задач повышенной сложности (задание 16).

В задании 16 проверяется умение моделировать финансовые ситуации (кредиты, вклады, оптимизация) и интерпретировать полученный результат. Типичные ошибки – неумение составить план выплат для дифференцированных платежей, путаница в формулах для аннуитетных и дифференцированных платежей, арифметические ошибки при работе с процентами, неверная интерпретация условия задачи, потеря корней по смыслу. Для преодоления этих трудностей рекомендуется:

- Отработать схему решения задач на кредиты: определить тип платежа (аннуитетный или дифференцированный), составить таблицу с колонками «долг на начало года», «проценты», «платёж», «долг на конец года».
- Отрабатывать задачи на нахождение наименьшей суммы кредита, наибольшей процентной ставки, срока кредита.
- Учить проверять полученный результат на правдоподобность (сумма платежей не может быть меньше суммы кредита, срок – положительное целое число).

Таким образом, для перехода в группу 81–100 баллов участникам со средним уровнем подготовки необходимо целенаправленно работать над

заданиями высокого уровня сложности, которые дают наибольший прирост первичных баллов.

Таблица 30. Ожидаемый первичный балл

Задание	Ожидаемый первичный балл	Сложность освоения
14 (стереометрия)	1-3	Высокая (алгоритмизируема)
17 (планиметрия)	1-3	Высокая (требуется интуиции)
18 (параметр)	1-4	Высокая (требуется системного подхода)
19 (теория чисел)	1-2	Высокая (требуется доказательных навыков)
16 (экономика)	2	Средняя (алгоритмизируема)

Необходимые условия успеха:

- Систематическая отработка каждого типа заданий до стабильного выполнения.
- Развитие метапредметных умений: планирование решения, самоконтроль, логическое мышление, доказательные рассуждения.
- Регулярное решение полных вариантов с ограничением времени для отработки тайм-менеджмента.
- Анализ ошибок и ведение «тетради ошибок» для исключения повторения одних и тех же недочётов.

Анализ результатов ЕГЭ по математике профильного уровня показывает прямую зависимость между успешностью выполнения заданий и уровнем сформированности метапредметных навыков. Особенно остро эта связь проявляется в работах участников со средним уровнем подготовки (группа «от 61 до 80 т.б.»), которые уже владеют базовым алгоритмическим аппаратом, но испытывают затруднения при решении заданий, требующих глубокого понимания материала, развитого логического мышления и умения проводить доказательные рассуждения. Недостаточное развитие познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий

становится причиной типичных ошибок и препятствует переходу на высокий результативный уровень (81–100 баллов).

Часть 1 (задания 1–12): задания с кратким ответом.

Для участников группы «от 61 до 80 т.б.» задания части 1 выполняются на высоком уровне (85–98 %). Однако отдельные ошибки всё же встречаются, преимущественно в заданиях, требующих повышенного внимания к деталям и точности вычислений.

Задания 3 (стереометрия) и 8 (график производной).

Типичные ошибки, обусловленные недостаточной сформированностью метапредметных умений:

- Неумение интерпретировать информацию, представленную в графической форме (познавательные УУД, 1.3.1): в задании 8 участники иногда путают график функции и график производной, что приводит к неверному определению промежутков монотонности и точек экстремума. Это свидетельствует о недостаточной сформированности навыка «чтения» графиков.
- Недостаточный самоконтроль (регулятивные УУД, 3.2.2): в задании 3 (вычисление объёмов и площадей поверхностей) встречаются арифметические ошибки при работе с формулами, особенно в комбинированных телах.

Часть 2 (задания 13–19): задания с развёрнутым ответом.

Задания части 2 предъявляют повышенные требования к сформированности метапредметных умений. Для участников группы «от 61 до 80 т.б.» наиболее успешно выполняются задания 13 (уравнения) и 15 (неравенства), в то время как задания 14, 17, 18, 19 вызывают значительные затруднения.

Задание 13 (тригонометрические уравнения) и задание 15 (логарифмические/показательные неравенства)

Эти задания выполняются участниками группы наиболее успешно (более 50 %). Однако и здесь встречаются типичные ошибки.

Типичные ошибки, обусловленные недостаточной сформированностью метапредметных умений:

- Неумение строить логические рассуждения и обосновывать свои действия (коммуникативные УУД, 2.1.2): при отборе корней в задании 13 участники иногда пропускают некоторые корни или включают лишние, так как не используют тригонометрическую окружность систематически, а действуют интуитивно.
- Недостаточный самоконтроль (регулятивные УУД, 3.2.1): в задании 15 (логарифмические неравенства) участники иногда забывают учесть ОДЗ или делают это неполностью, что приводит к включению в ответ посторонних значений.

Задание 14 (стереометрическая задача на доказательство и вычисление).

Задание 14 является одним из наименее успешно выполняемых в группе «от 61 до 80 т.б.» (процент выполнения составляет около 3 %). Основные трудности связаны с доказательной частью и применением координатно-векторного метода.

Типичные ошибки, обусловленные недостаточной сформированностью метапредметных умений:

- Неумение выдвигать гипотезу и находить аргументы для доказательства (познавательные УУД, 1.2.4): участники не могут выстроить логическую цепочку для доказательства необходимого факта. Вместо строгих рассуждений они часто ссылаются на визуальное восприятие чертежа.
- Неумение устанавливать причинно-следственные связи (познавательные УУД, 1.1.2): трудности с выбором нужного признака или теоремы для обоснования утверждения, непонимание, из каких фактов следует искомое утверждение.
- Неумение планировать решение и контролировать его этапы (регулятивные УУД, 3.1.2, 3.2.2): в координатно-векторном методе ошибки возникают на этапе выбора системы координат, нахождения координат точек или составления уравнений плоскостей. Участники

иногда выбирают нерациональную систему координат, что приводит к громоздким вычислениям.

– Неумение развёрнуто и логично излагать свою точку зрения (коммуникативные УУД, 2.1.2): доказательная часть часто отсутствует или записана неполно, без чёткой структуры (дано, требуется доказать, доказательство).

Задание 17 (планиметрическая задача повышенной сложности).

Задание 17 выполняется участниками группы крайне низко (менее 1 %). Это связано с необходимостью применения теорем планиметрии в нетривиальных конфигурациях и проведения доказательных рассуждений.

Типичные ошибки, обусловленные недостаточной сформированностью метапредметных умений:

- Неумение устанавливать существенные признаки и классифицировать (познавательные УУД, 1.1.1): участники не могут «увидеть» подобные треугольники на сложном чертеже, не распознают знакомые конфигурации (вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, теорема о пересечении хорд).
- Неумение выявлять закономерности и противоречия (познавательные УУД, 1.1.2): непонимание, какие дополнительные построения нужно выполнить для решения задачи (провести высоту, медиану, радиус, вспомогательную окружность).
- Неумение переносить знания в новую ситуацию (познавательные УУД, 1.2.6): участники не могут применить известные теоремы (синусов, косинусов, Менелая, Чевы) в нестандартной конфигурации.
- Неумение строить логические рассуждения и обосновывать свои выводы (коммуникативные УУД, 2.1.2, 2.1.3): решение часто представляет собой набор формул без пояснений, отсутствует чёткая логическая структура, не формулируются промежуточные выводы.

Задание 18 (задачи с параметром).

Задание 18 выполняется участниками группы на уровне около 1 %. Это связано с необходимостью полного исследования зависимости решений от параметра.

Типичные ошибки, обусловленные недостаточной сформированностью метапредметных умений:

- Неумение самостоятельно составлять план решения (регулятивные УУД, 3.1.2): участники не могут выбрать эффективный метод решения (графический, аналитический, метод интервалов) и начинают с неоправданных преобразований.
- Неполное исследование (познавательные УУД, 1.2.7): пропуск частных случаев (например, приравнивание коэффициента к нулю, рассмотрение граничных значений параметра), что приводит к потере решений или включению посторонних.
- Неумение анализировать полученные результаты (познавательные УУД, 1.2.5): отсутствие проверки найденных значений параметра в ОДЗ.
- Неумение работать с графической информацией (познавательные УУД, 1.3.1): трудности с построением графиков функций, содержащих параметр, и их интерпретацией.

Задание 19 (теоретико-числовые задачи).

Задание 19 выполняется участниками группы на уровне около 7 %. Это связано с необходимостью проведения доказательных рассуждений в области теории чисел.

Типичные ошибки, обусловленные недостаточной сформированностью метапредметных умений:

- Неумение выдвигать гипотезы и проверять их (познавательные УУД, 1.2.4): участники не могут выдвинуть гипотезу о свойствах чисел в задаче (например, чётность, делимость) и обосновать её.

- Неумение проводить доказательные рассуждения (коммуникативные УУД, 2.1.2): отсутствие системного перебора, неполное доказательство, неумение использовать метод «от противного».
- Неумение использовать метод математической индукции (познавательные УУД, 1.1.2): трудности с доказательством утверждений, зависящих от натурального параметра.
- Неумение структурировать информацию (регулятивные УУД, 3.1.2): отсутствие чёткого плана решения, хаотичный перебор вариантов без системы.

Таким образом, недостаточная сформированность метапредметных умений является одной из ключевых причин, препятствующих переходу участников группы «от 61 до 80 т.б.» в категорию высокобалльников (81–100). Основные дефициты проявляются в следующих аспектах:

1. Познавательные УУД:
 - Неумение строить логические рассуждения и доказательства – критично для заданий 14, 17, 19.
 - Неумение моделировать сложные ситуации – критично для заданий 16, 18.
 - Неумение анализировать информацию в нестандартной форме – критично для задания 8 (график производной).
2. Регулятивные УУД:
 - Неумение самостоятельно составлять план решения – критично для всех многошаговых заданий (14, 16, 17, 18, 19).
 - Недостаточный самоконтроль – приводит к арифметическим ошибкам и пропуску ОДЗ (задания 13, 15).
3. Коммуникативные УУД:
 - Неумение развёрнуто и логично излагать свою точку зрения – приводит к потере баллов в заданиях с развёрнутым ответом (13–19) из-за отсутствия обоснований и чёткой структуры решения.

Для перехода в группу 81–100 баллов необходимо целенаправленно развивать эти метапредметные умения наряду с углублением предметных знаний. Работа должна быть направлена на:

- формирование навыка доказательных рассуждений и логического мышления;
- обучение планированию решения сложных многошаговых задач;
- развитие самоконтроля и навыка проверки полученных результатов;
- отработку навыка грамотного оформления решений с полным обоснованием всех шагов.

Таблица 31. Предположение о достигнутых и недостигнутых метапредметных результатах ФГОС

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (базовый и повышенный уровень)	
Познавательные УУД	Умение выполнять действия по алгоритму в нестандартных ситуациях – решение уравнений и неравенств различных типов (задания 6, 13, 15), выполнение преобразований выражений (задание 7), вычисление вероятностей (задания 4, 5). Участники способны применять известные алгоритмы в усложнённых условиях, комбинировать различные методы решения (замена переменной, разложение на множители, функционально-графический метод). Умение анализировать и интерпретировать информацию, представленную в графической форме – уверенное чтение графиков функций и производной (задания 8, 11), определение свойств функций по графику (промежутки монотонности, экстремумы, наибольшее/наименьшее значение). Умение устанавливать причинно-следственные связи – решение текстовых задач на проценты, движение, работу (задание 10), построение математической модели для практико-ориентированных задач (задание 9), применение теоремы Пифагора и тригонометрических соотношений в геометрических задачах (задание 1). Умение моделировать реальные ситуации (начальный уровень) – решение экономических задач на кредиты и вклады (задание 16) – участники группы начинают успешно справляться с этим заданием (процент выполнения около 15,8 %)
Коммуникативные УУД	Умение логично и развёрнуто излагать решение – в заданиях 13 и 15 участники уже могут обосновывать свои действия, указывать ОДЗ, проводить проверку корней. Однако это умение ещё не стабильно проявляется в сложных заданиях (14, 17–19). Умение аргументировать свои выводы – участники способны формулировать промежуточные выводы в ходе решения, но в

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (базовый и повышенный уровень)	
	доказательных задачах (14, 17) аргументация часто остаётся неполной
Регулятивные УУД	Умение самостоятельно составлять план решения (для стандартных задач) – участники успешно планируют решение уравнений и неравенств, текстовых задач, базовых геометрических задач (задания 1–12, 13, 15). Умение осуществлять самоконтроль – в заданиях части 1 и в стандартных заданиях части 2 (13, 15) участники проверяют корни, учитывают ОДЗ, выполняют прикидку результата. Однако в сложных многошаговых задачах самоконтроль снижается. Умение оценивать правдоподобность результата – участники способны оценить реалистичность полученного ответа в текстовых задачах (например, скорость не может быть отрицательной).
Недостигнутые метапредметные результаты	
Познавательные УУД	Умение строить логические рассуждения и доказательства – в заданиях 14 (стереометрия), 17 (планиметрия) и 19 (теория чисел) участники не могут выстроить полную логическую цепочку доказательства. Типичные ошибки: ссылка на визуальное восприятие вместо строгого обоснования, пропуск промежуточных шагов, неумение выбрать нужную теорему или признак. Умение выявлять закономерности и противоречия – неумение «увидеть» скрытые соотношения в сложных геометрических конфигурациях (задание 17), неспособность определить структуру задачи с параметром (задание 18), неумение применить свойства делимости и остатков в нестандартной ситуации (задание 19). Умение моделировать сложные реальные ситуации – в экономических задачах повышенной сложности (задание 16) участники испытывают трудности с составлением математической модели для дифференцированных платежей и задач на оптимизацию. Умение работать с информацией в нестандартной форме – трудности с чтением графиков в заданиях, где требуется интерпретировать сложные зависимости (например, в задании 8 – определение промежутков возрастания по графику производной), особенно в комбинации с параметром
Коммуникативные УУД	Умение развёрнуто и логично излагать свою точку зрения (на высоком уровне) – в заданиях с развёрнутым ответом (14, 17–19) участники часто не могут грамотно оформить доказательство: отсутствует чёткая структура (дано, требуется доказать, доказательство), не формулируются промежуточные выводы, решение записано в виде набора формул без пояснений. Умение аргументировать свои выводы – в сложных задачах участники не

Группа УУД	Умение и его проявление в выполнении заданий
Достигнутые метапредметные результаты (базовый и повышенный уровень)	
	могут убедительно обосновать выбор метода или корректность преобразований, особенно в заданиях с параметром (18) и в теоретико-числовых задачах (19)
Регулятивные УУД	Умение самостоятельно составлять план решения сложной задачи – в заданиях 14, 17–19 участники не могут выработать эффективную стратегию решения. Они начинают с громоздких преобразований, не видя конечной цели, что приводит к тупиковым ситуациям и нерациональной трате времени. Умение осуществлять полноценный самоконтроль – в сложных многошаговых задачах (14, 16–19) участники не проверяют промежуточные результаты, не анализируют полученные решения на соответствие условию, пропускают частные случаи (особенно в задачах с параметром). Умение вносить коррективы в деятельность – при возникновении затруднений участники часто не меняют стратегию решения, а продолжают идти по неверному пути, что говорит о низком уровне рефлексии

Таким образом, для участников группы «от 61 до 80 т.б.» метапредметные результаты сформированы на базовом и частично повышенном уровне в части выполнения стандартных алгоритмов, работы с информацией и самоконтроля в знакомых ситуациях. Однако ключевые метапредметные умения, необходимые для решения заданий высокого уровня сложности, остаются недостигнутыми:

- Логическое мышление и доказательство – критично для заданий 14, 17, 19.
- Моделирование сложных ситуаций – критично для заданий 16 и 18.
- Планирование и самоорганизация – критично для всех многошаговых заданий части 2.
- Развёрнутое аргументированное изложение – критично для получения максимального балла за задания 13–19.

Для перехода в группу 81–100 баллов необходима целенаправленная работа по развитию этих метапредметных умений наряду с углублением предметных знаний. Работа должна быть направлена на:

- формирование навыка доказательных рассуждений и логического мышления;
- обучение планированию решения сложных многошаговых задач;
- развитие самоконтроля и навыка проверки полученных результатов;
- отработку навыка грамотного оформления решений с полным обоснованием всех шагов.

Выделим рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся со средним уровнем подготовки.

1. Углублённая работа с заданиями части 2 (задания 13–19).

Участники группы «от 61 до 80 т.б.» уже успешно справляются с заданиями 13 и 15, а также с отдельными элементами заданий 14, 16, 17. Для перехода в группу высокобалльников необходимо систематически отрабатывать все задания части 2, уделяя особое внимание заданиям, вызывающим наибольшие затруднения.

Таблица 32. Приоритетные задания для отработки

Задание	Тема	Ожидаемый балл	Приоритет
14	Стереометрическая задача на доказательство и вычисление	2-3	Высокий
17	Планиметрическая задача повышенной сложности	2-3	Высокий
18	Задача с параметром	2-3	Высокий
19	Теоретико-числовая задача	2-3	Высокий
16	Экономическая задача	2	Средний

Практические шаги:

- Выделить на каждом уроке 10–15 минут для решения одного задания из части 2 (поочерёдно отрабатывая все типы).

- Использовать банк заданий ФИПИ и материалы открытых вариантов прошлых лет для систематической отработки.
- Организовать «мастер-классы» по каждому типу заданий с разбором критериев оценивания.

2. Формирование навыка решения стереометрических задач (задание 14).

Задание 14 является одним из наиболее сложных для данной группы.

Основные трудности связаны с доказательной частью и применением координатно-векторного метода.

Практические шаги:

– Отработать стандартные приёмы доказательства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей:

- признаки параллельности прямой и плоскости, плоскостей;
- признаки перпендикулярности прямой и плоскости, плоскостей;
- теорема о трёх перпендикулярах.

– Освоить координатно-векторный метод:

- введение системы координат;
- нахождение координат точек;
- составление уравнений плоскостей;
- вычисление углов и расстояний по формулам.

– Отрабатывать построение сечений методом следов и методом внутреннего проектирования.

3. Формирование навыка решения сложных планиметрических задач (задание 17).

Задание 17 требует применения теорем планиметрии в нетривиальных конфигурациях и проведения доказательных рассуждений.

Практические шаги:

– Систематизировать ключевые теоремы планиметрии:

- признаки подобия треугольников;
- теоремы синусов и косинусов;
- теорема о произведении отрезков хорд;

- теорема о касательной и секущей;
- теорема Менелая и Чебы.

– Отработать навык выполнения дополнительных построений:

- проведение высот, медиан, биссектрис;
- построение вспомогательных окружностей;
- введение вспомогательных переменных.

– Использовать метод введения переменных и составления уравнений на основе геометрических соотношений.

– Отрабатывать доказательную часть: чётко формулировать, что дано и что требуется доказать, выстраивать логическую цепочку рассуждений.

4. Формирование навыка решения задач с параметром (задание 18).

Задание 18 требует полного исследования зависимости решений от значений параметра.

Практические шаги:

- Отработать основные типы задач с параметром.
- Освоить графические методы.
- Использовать аналитические и функциональные методы.
- Отрабатывать исследование квадратного уравнения на число корней с учётом дискриминанта и ограничений.

5. Формирование навыка решения теоретико-числовых задач (задание 19).

Задание 19 требует применения свойств делимости, остатков по модулю и проведения доказательных рассуждений.

Практические шаги:

- Повторить основные теоретико-числовые факты:
 - признаки делимости;
 - свойства НОД и НОК;
 - алгоритм Евклида;
 - свойства сравнений по модулю.
- Отработать метод «от противного» для доказательства утверждений.

– Освоить метод математической индукции для доказательства утверждений, зависящих от натурального параметра.

– Отрабатывать переборные задачи с использованием свойств чётности и остатков.

6. Развитие метапредметных умений.

Как показал анализ, у данной группы недостаточно сформированы познавательные (логические, исследовательские), коммуникативные и регулятивные УУД. Это является одной из ключевых причин, препятствующих переходу в группу высокобалльников.

6.1. Логические действия (познавательные УУД):

- При решении каждой задачи требовать от обучающегося объяснения выбора метода и каждого шага решения.
- Использовать приёмы «комментированное решение» и «решение с обоснованием».
- Включать в уроки задачи на классификацию, сравнение, установление причинно-следственных связей.
- Отрабатывать навык построения доказательств: условие $\rightarrow$ что требуется доказать $\rightarrow$ логические шаги $\rightarrow$ вывод.

6.2. Исследовательские действия (познавательные УУД):

- Включать задачи с нестандартной формулировкой, требующие выдвижения гипотез.
- Учить анализировать полученный результат на правдоподобность (оценка реалистичности ответа).
- Отрабатывать навык полного исследования задачи (все возможные случаи, частные ситуации).

6.3. Работа с информацией (познавательные УУД):

- Регулярно использовать задания на чтение графиков и таблиц.
- Учить формулировать выводы по представленным данным.
- Отрабатывать навык извлечения информации из текста задачи и перевода её на язык математики.

6.4. Самоконтроль (регулятивные УУД):

- Ввести обязательный этап проверки решения (подстановка, прикидка, оценка на разумность).
- Учить находить и исправлять собственные ошибки – вести «тетрадь ошибок».
- Отрабатывать навык проверки корней на принадлежность ОДЗ и промежутку.

6.5. Коммуникативные УУД:

- Учить грамотно оформлять решения заданий с развёрнутым ответом: указывать ОДЗ, обосновывать равносильность преобразований, записывать ответ.
- Отрабатывать структуру доказательства: условие $\rightarrow$ что требуется доказать $\rightarrow$ логические шаги $\rightarrow$ вывод.
- Проводить взаимопроверку решений с анализом оформления.

7. Индивидуализация подготовки.

Участники группы «от 61 до 80 т.б.» имеют разные «проблемные зоны». Одни испытывают трудности в стереометрии, другие – в задачах с параметром, третьи – в теории чисел.

Практические шаги:

- Провести детальную диагностику для выявления индивидуальных дефицитов каждого обучающегося.
- Составить индивидуальные маршруты подготовки с акцентом на конкретные задания части 2.
- Регулярно проводить срезы по отрабатываемым заданиям для отслеживания прогресса.
- Организовать консультации по индивидуальным запросам.

8. Организация повторения и диагностики.

Практические шаги:

- В начале учебного года провести диагностическую работу для определения стартового уровня каждого обучающегося.

- Регулярно (раз в 2–3 недели) проводить срезы по заданиям части 2 для отслеживания прогресса.
- Использовать «навигатор подготовки» и методические рекомендации ФИПИ для планирования занятий.
- К концу учебного года перейти к решению полных вариантов с ограничением времени, отрабатывая тайм-менеджмент.
- Проводить анализ типичных ошибок на основе работ обучающихся.

9. Психологическая поддержка и мотивация.

Обучающиеся со средним уровнем подготовки часто испытывают тревогу при решении сложных заданий, что мешает им демонстрировать свои знания в полном объёме.

Практические шаги:

- Формировать установку на достижимость результата.
- Хвалить за каждый положительный сдвиг, создавать ситуацию успеха.
- Обучать приёмам тайм-менеджмента: начинать экзамен с самых простых и понятных заданий, не заикливаться на сложных.
- Объяснить, что даже частичное решение задания (например, задания 14 или 18) приносит баллы – не обязательно решать задачу полностью.

Таким образом, работа с группой обучающихся, имеющих результаты от 61 до 80 т.б., должна строиться на принципах углубления, систематизации и индивидуализации. Основные направления работы:

1. Углублённая отработка заданий части 2 – особенно заданий 14, 17, 18, 19.
2. Развитие метапредметных умений – логического мышления, доказательных навыков, самоконтроля, планирования.
3. Индивидуальный подход – выявление и коррекция конкретных «проблемных зон» каждого обучающегося.

4. Регулярная диагностика – отслеживание прогресса и своевременная корректировка траектории подготовки.

Методический анализ выполнения заданий обучающимися с высоким уровнем подготовки (в группе от 81 т.б. и выше)

Данная группа демонстрирует наиболее высокий уровень предметной подготовки, характеризуемый системным и глубоким владением всем материалом школьного курса математики на базовом, повышенном и высоком уровнях сложности. Участники этой группы уверенно выполняют не только все задания части 1, но и успешно справляются с большинством заданий части 2, включая задания высокого уровня сложности (18, 19).

Таблица 33. Темы программы и умения, которые в наибольшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
1.	Алгебра и начала математического анализа: решение уравнений и неравенств всех типов – уверенное решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств; применение различных методов решения	Задания 6 (98,83 %), 13 (92,04 % – 2 балла), 15 (81,03 % – 2 балла) выполняются на высоком уровне. Участники успешно справляются с отбором корней в тригонометрических уравнениях и решением сложных логарифмических неравенств с учётом ОДЗ
2.	Алгебра и начала математического анализа: преобразования выражений – выполнение тождественных преобразований выражений, содержащих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции; применение свойств степеней, логарифмов и тригонометрических формул	Задание 7 выполняется на 100 %. Участники демонстрируют безупречное владение формулами и приёмами преобразований
3.	Функции и графики: чтение свойств функций по графику – определение по графику функции или графику производной промежутков монотонности, точек экстремума, наибольшего и наименьшего	Задания 8 (99,06 %), 11 (100 %) выполняются практически безошибочно. Участники уверенно «читают»

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
	значений; использование графиков для решения уравнений	графики и применяют полученную информацию для решения задач
4.	Геометрия: планиметрия – вычисление геометрических величин (длин, углов, площадей) с использованием формул и теорем планиметрии; решение задач на клетчатой бумаге; применение свойств геометрических фигур	Задание 1 выполняется на 98,83 %. Участники демонстрируют уверенное владение всеми разделами планиметрии.
5.	Геометрия: стереометрия (базовый уровень) – вычисление объёмов и площадей поверхностей многогранников и тел вращения по готовым формулам; определение взаимного расположения прямых и плоскостей	Задание 3 выполняется на 95,78 %. Участники уверенно справляются с вычислениями в пространственных конфигурациях
6.	Векторы – операции с векторами, скалярное произведение, угол между векторами	Задание 2 выполняется на 99,30 %. Участники демонстрируют безупречное владение векторным аппаратом
7.	Вероятность и статистика: классическая вероятность – вычисление вероятностей случайных событий с использованием классического определения, формул сложения и умножения вероятностей, комбинаторных формул	Задания 4 (98,36 %) и 5 (97,19 %) выполняются на высоком уровне. Участники уверенно применяют комбинаторные методы для подсчёта вероятностей
8.	Решение текстовых задач повышенной сложности – составление уравнений и систем уравнений по условию задач на проценты, движение, работу; интерпретация полученного результата	Задания 9 (96,25 %) и 10 (96,72 %) выполняются на высоком уровне. Участники успешно моделируют реальные ситуации на языке математики
9.	Начала математического анализа: производная и её применение – нахождение производных элементарных функций; использование производной для исследования функций (монотонность, экстремумы,	Задание 12 выполняется на 97,42 %. Участники уверенно решают задачи на применение производной, включая

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
	наибольшее/наименьшее значение); решение задач на оптимизацию	сложные прикладные задачи
10.	Экономические задачи – построение математической модели для задач на кредиты, вклады и оптимизацию; выполнение расчётов по формулам сложных процентов; интерпретация полученного результата	Задание 16 выполняется на 82,67 % (2 балла). Участники успешно справляются с задачами на кредиты и вклады различных типов
11.	Уравнения и неравенства с параметром (высокий уровень) – полное исследование зависимости числа решений от значений параметра; применение графических и аналитических методов; использование метода интервалов для неравенств с параметром	Задание 18 выполняется на 26,46 % (4 балла). Участники демонстрируют высокий уровень владения методами решения параметрических задач
12.	Теоретико-числовые задачи – применение признаков делимости, свойств НОД и НОК, алгоритма Евклида; проведение доказательных рассуждений; использование метода математической индукции	Задание 19 выполняется на 4,22 % (4 балла). Участники успешно справляются с наиболее сложными задачами на теорию чисел
13.	Планиметрические задачи повышенной сложности – применение теорем планиметрии (подобие, теоремы синусов и косинусов, теорема о произведении отрезков хорд, теорема Менелая) в нетривиальных конфигурациях; проведение доказательных рассуждений	Задание 17 выполняется на 2,34 % (3 балла). Участники демонстрируют высокий уровень владения сложными планиметрическими методами
14.	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление – доказательство утверждений о взаимном расположении прямых и плоскостей; вычисление углов и расстояний в пространстве; использование координатно-векторного метода	Задание 14 выполняется на 21,78 % (3 балла). Участники успешно справляются с доказательной частью и сложными вычислениями в пространстве
15.	Комбинаторные задачи и сложные вероятностные модели – применение формул полной вероятности и Байеса; использование комбинаторных методов для подсчёта вероятностей в сложных	Задания 4–5 выполняются на высоком уровне. Участники уверенно

№ п/п	Темы программы и умения	Проявление в выполнении заданий
	экспериментах; построение дерева случайного опыта	решают задачи на сложные вероятностные модели

Таким образом, участники группы «от 81 до 100 т.б.» демонстрируют системное и глубокое владение всем материалом школьного курса математики на всех уровнях сложности. Они уверенно выполняют все задания части 1 (задания 1–12) с процентом выполнения 95–100 %, а также успешно справляются с заданиями части 2, включая задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

Наиболее сильными сторонами являются:

- безупречное выполнение вычислительных операций и преобразований выражений;
- уверенное решение уравнений и неравенств всех типов;
- глубокое понимание функциональных зависимостей и умение работать с графиками;
- владение всеми разделами геометрии (планиметрия, стереометрия, векторы);
- высокий уровень решения текстовых и экономических задач;
- умение решать задачи с параметром и теоретико-числовые задачи;
- развитые навыки доказательных рассуждений и логического мышления.

Таблица 33. Темы программы и умения, которые в наименьшей степени сформированы

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
1.	Планиметрические задачи повышенной сложности – умение применять теоремы планиметрии (подобие треугольников, теоремы синусов и косинусов, теорема о произведении отрезков хорд, теорема Менелая и Чевы) в	7–9 классы (Геометрия)

№ п/п	Темы программы и умения	Класс(-ы) изучения в соответствии с ФОП
	нетривиальных конфигурациях; умение выполнять дополнительные построения для выявления скрытых соотношений; умение проводить полные доказательные рассуждения; умение решать задачи на доказательство и вычисление в сложных геометрических конфигурациях	
2.	Стереометрические задачи на доказательство и вычисление (полное решение) – умение доказывать утверждения о взаимном расположении прямых и плоскостей (параллельность, перпендикулярность) в нестандартных конфигурациях; умение строить сечения многогранников; умение вычислять расстояния и углы в пространстве с использованием координатно-векторного метода; умение выполнять сложные многошаговые вычисления без арифметических ошибок	10–11 классы (Геометрия)
3.	Уравнения и неравенства с параметром (полное исследование) – умение проводить полное исследование зависимости числа решений от значений параметра; умение применять графические методы (координатная плоскость, семейства кривых) для решения параметрических задач; умение использовать аналитические методы (совокупности и системы условий, метод интервалов) для сложных параметрических задач	10–11 классы (Алгебра и начала математического анализа)
4.	Теоретико-числовые задачи (полное решение) – умение применять признаки делимости, свойства НОД и НОК, алгоритм Евклида при решении задач; умение проводить доказательные рассуждения в теории чисел; умение использовать метод математической индукции; умение выполнять полный перебор с использованием свойств чётности и остатков; умение решать задачи на доказательство существования или единственности решения	7–9 классы (Алгебра), 10–11 классы (Алгебра)

Таким образом, в группе участников с высоким уровнем подготовки (от 81 до 100 т.б.) все задания базового и повышенного уровня сложности выполняются с высоким процентом успешности (более 80–95 %). Однако даже у этой группы наблюдаются отдельные дефициты при выполнении заданий, требующих полного и безошибочного решения на высоком уровне сложности. Наименее сформированными остаются умения, связанные с:

- решением сложных планиметрических задач (задание 17) – процент выполнения 3 баллов составляет 2,34 %;
- полным решением стереометрических задач на доказательство и вычисление (задание 14) – процент выполнения 3 баллов составляет 21,78 %;
- полным решением задач с параметром (задание 18) – процент выполнения 4 баллов составляет 26,46 %;
- полным решением теоретико-числовых задач (задание 19) – процент выполнения 4 баллов составляет 4,22 %.

Для достижения максимального балла (100 т.б.) участникам необходимо отработать выполнение заданий 14, 17, 18 и 19 на 100 %, что требует дальнейшего совершенствования навыков решения наиболее сложных задач, особенно в части доказательных рассуждений, полного исследования параметрических задач и решения теоретико-числовых задач с использованием метода математической индукции.

Выделим «зоны роста» в части предметной подготовки для получения 100 т.б.

Участники группы «от 81 до 100 т.б.» уже демонстрируют высокий уровень предметной подготовки, успешно выполняя все задания части 1 и большинство заданий части 2. Однако для получения максимального балла (100 т.б.) необходимо безошибочное выполнение всех 19 заданий, включая задания повышенного и высокого уровня сложности (14, 17, 18, 19). Именно в этих заданиях даже у высокобалльников сохраняются отдельные дефициты, связанные с доказательными рассуждениями, полным исследованием параметрических задач и решением теоретико-числовых задач.

Первая зона роста – решение стереометрических задач на доказательство и вычисление (задание 14).

В задании 14 проверяется умение доказывать утверждения, а также вычислять углы, расстояния, объемы в пространстве. В группе высокобалльников 3 балла за это задание получают только 21,78 %

участников. Типичные ошибки – неполное обоснование в доказательной части, неверный выбор системы координат, арифметические ошибки при вычислениях, неучёт всех возможных случаев в геометрической конфигурации. Для преодоления этих трудностей и достижения 100 %-ного результата рекомендуется:

- Отработать все возможные типы стереометрических конфигураций: куб, прямоугольный параллелепипед, прямая и наклонная призма, правильная и произвольная пирамида, круглые тела, комбинированные тела.
- Освоить координатно-векторный метод в полном объёме: введение системы координат, нахождение координат точек, составление уравнений плоскостей, вычисление углов и расстояний.
- Отработать доказательную часть: чётко формулировать, что дано и что требуется доказать, использовать все возможные признаки и свойства.
- Отрабатывать решение задач с полным обоснованием каждого шага, акцентируя внимание на логических переходах и отсутствии пропусков в рассуждениях.
- Использовать два способа решения (классический геометрический и координатно-векторный) для проверки правильности ответа.

Вторая зона роста – решение сложных планиметрических задач (задание 17).

В задании 17 проверяется умение решать планиметрические задачи повышенной сложности с применением теорем подобия, синусов и косинусов, свойств вписанных и описанных окружностей. В группе высокобалльников 3 балла за это задание получают только 2,34 % участников. Типичные ошибки – неумение выполнить дополнительные построения, неспособность «увидеть» подобные треугольники на сложном чертеже, неполное доказательство, путаница в обозначениях и соотношениях, неверное применение теорем. Для преодоления этих трудностей и достижения 100 %-ного результата рекомендуется:

- Систематизировать все ключевые теоремы планиметрии: признаки подобия треугольников, теоремы синусов и косинусов, теорему о произведении отрезков хорд, теорему о касательной и секущей, теоремы Менелая и Чебы, свойства вписанных и описанных четырёхугольников.
- Отработать навык выполнения дополнительных построений: проведение высот, медиан, биссектрис, построение вспомогательных окружностей, введение вспомогательных переменных.
- Использовать метод введения переменных и составления уравнений на основе геометрических соотношений (теорема синусов, теорема косинусов, пропорциональность отрезков).
- Отрабатывать доказательную часть: чётко выстраивать логическую цепочку от условия к заключению, формулировать все промежуточные выводы, обосновывать каждый шаг.
- Решать задачи разными способами (геометрическим, алгебраическим, векторным) для выбора наиболее рационального.
- Активно использовать метод «ключевых задач» – решение небольшого числа базовых конфигураций, которые лежат в основе большинства сложных задач.

Третья зона роста – решение задач с параметром (задание 18).

В задании 18 проверяется умение решать уравнения и неравенства с параметром, исследовать зависимость числа решений от значений параметра. В группе высокобалльников 4 балла за это задание получают только 26,46 % участников. Типичные ошибки – неполное исследование частных случаев, потеря решений при переходе к равносильным преобразованиям, неумение применить графический метод в сложных ситуациях, ошибки при работе с модулями и корнями. Для преодоления этих трудностей и достижения 100 %-ного результата рекомендуется:

- Отработать все основные типы задач с параметром.
- Освоить графический метод на высоком уровне.
- Использовать аналитические методы.

- Отрабатывать полное исследование: рассмотрение всех возможных значений параметра, включая граничные и особые случаи, проверку полученных значений подстановкой в исходное уравнение или неравенство.
- Использовать метод координатной плоскости для визуализации и систематизации решений.

Четвёртая зона роста – решение теоретико-числовых задач (задание 19).

В задании 19 проверяется умение решать задачи на делимость, остатки по модулю, свойства целых чисел, а также проводить доказательные рассуждения. В группе высокобалльников 4 балла за это задание получают только 4,22 % участников. Типичные ошибки – неполное доказательство, пропуск случаев при переборе, неумение применить метод математической индукции, неспособность выдвинуть и обосновать гипотезу, неверное использование свойств делимости и остатков. Для преодоления этих трудностей и достижения 100 %-ного результата рекомендуется:

- Повторить все основные теоретико-числовые факты: признаки делимости; свойства НОД и НОК; алгоритм Евклида; свойства сравнений по модулю; малая теорема Ферма (ознакомительно).
- Отработать метод «от противного» для доказательства утверждений.
- Освоить метод математической индукции для доказательства утверждений, зависящих от натурального параметра.
- Отрабатывать переборные задачи с использованием свойств чётности, остатков и делимости; учиться систематизировать перебор, чтобы не пропускать случаи.
- Использовать метод «оценка + пример» для задач на доказательство существования или единственности решения.
- Решать задачи, требующие построения конструктивного примера (например, построение числа с заданными свойствами).

Пятая зона роста – совершенствование самоконтроля и оформления решений.

Даже при высоком уровне предметной подготовки участники группы «от 81 до 100 т.б.» иногда теряют баллы из-за арифметических ошибок, неполного обоснования или нарушения логики изложения в заданиях с развёрнутым ответом.

Рекомендации:

- Ввести обязательную проверку каждого шага решения (подстановка, прикидка, оценка на разумность).
- Использовать приёмы самоконтроля: проверка корней подстановкой в исходное уравнение, проверка ОДЗ, проверка размерности в геометрических задачах.
- Отрабатывать грамотное оформление решений заданий 13–19 в точном соответствии с критериями оценивания:
 - указывать ОДЗ в логарифмических и дробно-рациональных уравнениях и неравенствах;
 - обосновывать равносильность преобразований;
 - формулировать промежуточные выводы;
 - записывать ответ в требуемой форме.
- Проводить взаимопроверку решений с анализом оформления по критериям ЕГЭ.
- Регулярно выполнять полные варианты с ограничением времени (235 минут) для отработки тайм-менеджмента и устойчивости к стрессу.

Для достижения 100 т.б. участникам группы «от 81 до 100 т.б.» необходимо:

1. Отработать выполнение заданий 14, 17, 18 и 19 на 100 % – именно в этих заданиях даже высокобалльники допускают ошибки.
2. Развивать навык доказательных рассуждений – критично для заданий 14, 17 и 19.

3. Совершенствовать технику решения параметрических задач – критично для задания 18.

4. Исключить технические ошибки – через систематический самоконтроль и проверку решений.

5. Довести оформление решений до эталонного уровня – в точном соответствии с критериями оценивания.

Укажем рекомендации для учителей по совершенствованию преподавания учебного предмета группе обучающихся с высоким уровнем подготовки.

1. Углублённая работа с заданиями повышенного и высокого уровня сложности (задания 14, 17, 18, 19).

Участники группы «от 81 до 100 т.б.» уверенно выполняют все задания части 1 и задания 13, 15, 16 части 2. Основные резервы для достижения максимального балла находятся в заданиях 14, 17, 18 и 19, где даже высокобалльники допускают ошибки. Ниже представлены приоритетные направления работы по каждому из этих заданий.

Задание 14 – стереометрическая задача на доказательство и вычисление.

Таблица 34. Приоритетные направления работы по заданию

Направление работы	Конкретные рекомендации
Доказательная часть	Отрабатывать все возможные типы доказательств. Требовать от обучающихся полного обоснования каждого шага
Координатно-векторный метод	Отработать алгоритм: введение системы координат → нахождение координат точек → составление уравнений плоскостей → вычисление углов и расстояний
Комбинированные задачи	Решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения. Отрабатывать построение сечений методом следов и методом внутреннего проектирования.
Проверка решений	Учить использовать два способа решения (классический геометрический и координатно-векторный) для взаимной проверки правильности ответа

Задание 17 – планиметрическая задача повышенной сложности.

Таблица 35. Приоритетные направления работы по заданию

Направление работы	Конкретные рекомендации
Систематизация теорем	Составить опорный конспект по всем ключевым теоремам планиметрии: подобие треугольников, теоремы синусов и косинусов, теорема о произведении отрезков хорд, теорема о касательной и секущей, теоремы Менелая и Чебы, свойства вписанных и описанных четырёхугольников
Дополнительные построения	Отрабатывать навык выполнения дополнительных построений: проведение высот, медиан, биссектрис, построение вспомогательных окружностей, введение вспомогательных переменных. Решать задачи, где ключевым моментом является «увидеть» подобные треугольники
Метод введения переменных	Учить составлять уравнения на основе геометрических соотношений (теорема синусов, теорема косинусов, пропорциональность отрезков). Отрабатывать решение систем уравнений, полученных из геометрических условий
Доказательная часть	Требовать четкого оформления доказательства: условие $\rightarrow$ что требуется доказать $\rightarrow$ логические шаги $\rightarrow$ вывод. Формулировать все промежуточные выводы

Задание 18 – задача с параметром.

Таблица 36. Приоритетные направления работы по заданию

Направление работы	Конкретные рекомендации
Типология задач	Систематизировать все типы задач с параметром.
Графический метод	Отработать методы решения в системе координат «переменная-параметр» и XOY .
Функциональные методы	Отрабатывать методы решения задач с параметрами, основанные на использовании монотонности, ограниченности, инвариантности
Полное исследование	Требовать рассмотрения всех возможных значений параметра, включая граничные и особые случаи. Учить проверять полученные значения параметра

Задание 19 – теоретико-числовая задача.

Таблица 37. Приоритетные направления работы по заданию

Направление работы	Конкретные рекомендации
Теоретико-числовые факты	Повторить признаки делимости; свойства НОД и НОК; алгоритм Евклида; свойства сравнений по модулю
Методы доказательства	Отрабатывать метод «от противного», метод математической индукции, метод «оценка + пример». Учить строить конструктивные примеры (построение числа с заданными свойствами)
Переборные задачи	Отрабатывать системный перебор с использованием свойств чётности, остатков и делимости. Учить не пропускать случаи и обосновывать полноту перебора
Доказательная часть	Требовать полного обоснования всех шагов, чёткого формулирования гипотез и их проверки

2. Развитие метапредметных умений на высоком уровне.

Для достижения максимального балла необходимо не только знание предмета, но и сформированность метапредметных умений на высоком уровне. Основные направления работы:

2.1. Познавательные УУД (логические и исследовательские действия).

- Формирование навыка доказательных рассуждений: при решении каждой задачи требовать полного обоснования всех шагов. Использовать приёмы «комментированное решение», «решение с обоснованием», «поиск альтернативных способов решения».
- Развитие исследовательских навыков: включать задачи с нестандартной формулировкой, требующие выдвижения гипотез и их проверки. Учить анализировать полученный результат на правдоподобность.
- Совершенствование работы с информацией: использовать задания на чтение сложных графиков и таблиц, учить формулировать выводы по представленным данным.

2.2. Регулятивные УУД (самоорганизация и самоконтроль).

- Планирование решения: учить составлять план решения сложной задачи перед её выполнением, выделять этапы и ключевые моменты.
- Самоконтроль: ввести обязательный этап проверки решения (подстановка, прикидка, оценка на разумность). Учить находить и исправлять собственные ошибки.
- Рефлексия: вести «тетрадь ошибок» с анализом причин ошибок и способов их предотвращения. Регулярно проводить самоанализ результатов выполнения тренировочных вариантов.

2.3. Коммуникативные УУД (оформление решений).

- Грамотное оформление: отрабатывать структуру решения заданий с развёрнутым ответом в точном соответствии с критериями оценивания: указание ОДЗ, обоснование равносильности преобразований, формулирование промежуточных выводов, запись ответа.
- Аргументация: учить обосновывать выбор метода решения, корректность преобразований, полноту исследования.

3. Индивидуализация подготовки к 100 баллам.

Каждый высокобалльник имеет свои «проблемные зоны» – у одного это стереометрия, у другого – параметр, у третьего – теория чисел.

Рекомендации:

- Провести детальную диагностику по каждому обучающемуся для выявления индивидуальных дефицитов.
- Составить индивидуальные маршруты подготовки с акцентом на конкретные задания части 2.
- Организовать индивидуальные консультации по «проблемным» темам.
- Использовать банк заданий ФИПИ и материалы олимпиад для отработки сложных задач.

4. Работа с критериями оценивания.

Для получения максимального балла необходимо не только правильно решить задачу, но и правильно её оформить.

Рекомендации:

- Изучить критерии оценивания заданий 13–19 (демоверсия, кодификатор, спецификация).
- Проводить взаимопроверку решений с анализом оформления по критериям.
- Требовать от обучающихся оформления решений, полностью соответствующего критериям (обоснование всех шагов, ОДЗ, проверка корней, промежуточные выводы).

5. Организация работы с олимпиадными задачами.

Для достижения максимального балла полезно выходить за рамки школьной программы и решать задачи повышенной сложности.

Рекомендации:

- Включать в занятия задачи из перечня олимпиад (Всероссийская олимпиада школьников, «Ломоносов», «Покори Воробьёвы горы», пр.).
- Отрабатывать нестандартные приёмы решения, не рассматриваемые в школьных учебниках.
- Использовать материалы профильных математических школ и кружков для углублённого изучения сложных тем.

6. Психологическая подготовка к экзамену.

Высокобалльники часто испытывают повышенную тревожность из-за страха допустить ошибку и потерять баллы.

Рекомендации:

- Проводить тренировочные экзамены в условиях, максимально приближенных к реальным (235 минут, строгий контроль времени).
- Обучать приёмам тайм-менеджмента: распределение времени между заданиями, резерв времени на проверку.
- Формировать установку на достижение максимального результата, но без излишнего перфекционизма – допуск одной технической ошибки может стоить 100 баллов.
- Обучать приёмам саморегуляции в стрессовой ситуации (дыхательные упражнения, позитивный настрой).

Таким образом, работа с группой обучающихся, имеющих результаты от 81 до 100 т.б., должна строиться на принципах углубления, систематизации и индивидуализации.

Основные направления работы:

1. Углублённая отработка заданий 14, 17, 18, 19 – именно в этих заданиях даже высокобалльники допускают ошибки.
2. Развитие метапредметных умений – доказательных навыков, самоконтроля, планирования, грамотного оформления.
3. Индивидуальный подход – выявление и коррекция конкретных «проблемных зон» каждого обучающегося.
4. Работа с критериями оценивания – доведение оформления решений до эталонного уровня.
5. Решение олимпиадных задач – расширение математического кругозора и отработка нестандартных приёмов решения.

**Рекомендуемые темы для обсуждения / обмена опытом на
школьных методических объединениях учителей-предметников**

1. Анализ результатов и планирование работы.
 - Анализ результатов ЕГЭ по математике (профильный уровень) в 2026 году:
 - Рассмотрение типичных ошибок и затруднений обучающихся при выполнении заданий.
 - Выявление «проблемных зон» в подготовке выпускников школы (сопоставление с региональными и общероссийскими данными).
 - Определение приоритетных направлений коррекционной работы на 2026–2027 учебном году.
 - Планирование системы подготовки к ЕГЭ по математике на уровне ОО.
 - Разработка «дорожной карты» подготовки к ЕГЭ на учебный год (диагностические работы, тренировочные мероприятия, индивидуальные консультации).

– Распределение ответственности между учителями, работающими в параллелях 10–11 классов.

– Календарное планирование повторения и обобщения материала в 11 классе.

2. Анализ и коррекция предметных дефицитов.

– Методика решения заданий, вызывающих наибольшие трудности у обучающихся:

- Разбор заданий с низким процентом выполнения в регионе и в конкретной ОО.
- Обсуждение стратегий преодоления типичных ошибок.
- Проведение практикумов по решению наиболее сложных задач с разбором нескольких способов решения.

– Методика обучения решению задач с развёрнутым ответом (задания 13–19).

- Разбор критериев оценивания заданий с развёрнутым ответом (демоверсия, спецификация).
- Обсуждение типичных ошибок в оформлении решений и способов их предотвращения.
- Обмен эффективными приёмами обучения доказательным рассуждениям и обоснованию шагов решения.

3. Формирование и развитие метапредметных результатов.

– Формирование метапредметных умений на уроках математики:

- Связь предметных и метапредметных результатов (познавательные, регулятивные, коммуникативные УУД).
- Эффективные приёмы формирования навыков доказательных рассуждений, логического мышления, самоконтроля.
- Методика работы с информацией, представленной в различной форме (графики, таблицы, диаграммы).

– Развитие функциональной грамотности на уроках математики:

- Формирование читательской грамотности при работе с текстами задач (в том числе с большим объёмом информации).
- Обучение переводу условия задачи на язык математики (моделирование реальных ситуаций).

4. Работа с заданиями повышенного и высокого уровня сложности.

– Система подготовки учащихся к решению задач повышенного и высокого уровня сложности:

- Методика работы с заданиями 14 (стереометрия), 17 (планиметрия), 18 (параметр), 19 (теория чисел).
- Организация факультативных занятий, кружков, элективных курсов по углублённому изучению математики.
- Использование заданий из открытого банка ФИПИ и материалов олимпиад для отработки сложных тем.

5. Организация дифференцированной работы с учащимися.

– Дифференцированный подход в обучении математике в 10–11 классах:

- Формирование групп обучающихся по уровню математической подготовки.
- Разработка индивидуальных образовательных маршрутов для учащихся с разным уровнем подготовки.
- Организация занятий с учётом актуальных «зон роста» каждой группы (минимальный, низкий, средний, высокий уровень).

– Работа с высокомотивированными учащимися:

- Система подготовки к ЕГЭ на 80+ и 100 баллов.
- Углублённое изучение тем, выходящих за рамки школьной программы (олимпиадные задачи, дополнительные разделы математики).

- Подготовка к участию в олимпиадах и конкурсах как часть системы работы с одарёнными детьми.

6. Преемственность в обучении математике.

– Преемственность между основным и средним общим образованием:

- Анализ типичных дефицитов, возникающих у учащихся при переходе из 9-го в 10-й класс.
- Согласование требований к предметным результатам на разных уровнях образования.
- Обсуждение эффективных методов формирования устойчивых вычислительных и геометрических навыков начиная с 5–6 классов.

– Система мониторинга предметных и метапредметных результатов на всех этапах обучения:

- Организация диагностических работ в 5–11 классах.
- Анализ динамики образовательных результатов и своевременная коррекция образовательных траекторий.

7. Трансляция эффективных педагогических практик.

– Обмен опытом учителей, подготовивших высокобалльников и стобалльников:

- Выступление учителей с представлением своих систем подготовки к ЕГЭ.
- Демонстрация эффективных методических приёмов и форм организации учебной деятельности.
- Обсуждение опыта работы учителей школ со стабильно высокими результатами ЕГЭ.

– Мастер-классы и открытые уроки по актуальным темам:

- «Эффективные приёмы формирования навыка решения стереометрических задач (задание 14)».
- «Методика обучения решению задач с параметром (задание 18)».

- «Формирование навыков доказательных рассуждений при решении планиметрических задач (задание 17) и теоретико-числовых задач (задание 19)».
- «Использование современных образовательных технологий (в том числе цифровых) для подготовки к ЕГЭ по математике».
- «Организация эффективного повторения материала в 11 классе».

8. Использование цифровых ресурсов и инструментов.

– Использование цифровых образовательных ресурсов в подготовке к ЕГЭ:

- Обзор эффективных онлайн-платформ для подготовки к ЕГЭ по математике.
- Применение интерактивных тренажёров, симуляторов, конструкторов задач.
- Использование ресурсов ФИПИ (открытый банк заданий, демоверсии, кодификаторы, спецификации).

– Организация дистанционной поддержки учащихся при подготовке к ЕГЭ:

- Проведение онлайн-консультаций, вебинаров, видеолекций.
- Создание и ведение электронных образовательных ресурсов (сайты, блоги, группы в социальных сетях).

9. Психологическая подготовка и работа с родителями.

– Психологическая подготовка учащихся к ЕГЭ по математике:

- Формирование устойчивости к стрессу и навыков саморегуляции в экзаменационной ситуации.
- Обучение приёмам тайм-менеджмента при выполнении экзаменационной работы.
- Работа с тревожностью и страхом ошибки (особенно у высокобалльников).

- Взаимодействие с родителями в вопросах подготовки к ЕГЭ:
 - Формы и методы информирования родителей о требованиях ЕГЭ и ходе подготовки.
 - Родительские собрания с разъяснением системы подготовки и критериев оценивания.
 - Совместная работа по формированию осознанного выбора уровня ЕГЭ (базовый или профильный).

10. Повышение квалификации и профессиональное развитие учителей.

- Внутришкольное наставничество и взаимопомощь:
 - Организация наставничества для молодых учителей и учителей с низкими образовательными результатами.
 - Взаимопосещение уроков и анализ занятий с целью обмена опытом.
 - Создание банка эффективных педагогических практик на уровне ШМО.

Рекомендации по формату обсуждения:

- Для каждой темы рекомендуется предусматривать не только теоретическое обсуждение, но и практическую часть (разбор конкретных заданий, решение задач, анализ ученических работ).
- Желательно приглашать для выступлений учителей из школ с высокими результатами ЕГЭ, а также использовать видеозаписи их уроков и мастер-классов.
- Обсуждение должно быть направлено на выработку конкретных методических решений, а не на формальное рассмотрение вопросов.