

Министерство образования Кировской области

Кировское областное государственное образовательное автономное
учреждение дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования Кировской области»
(КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»)

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ИРО Кировской области

Н.В. Соколова

№ 4 от 24.06.2026

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА
(повышения квалификации)**

**«Достижение образовательных результатов обучающихся
при решении задач с параметрами»**

для учителей математики

(в количестве 24 часов)

Киров – 2026

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Цель реализации программы: совершенствование профессиональных компетенций учителей математики по вопросам достижения образовательных результатов обучающихся при решении задач с параметрами.

1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)». Общепедагогическая функция. Обучение.	Организация, осуществление контроля и оценки учебных достижений, текущих и итоговых результатов освоения основной образовательной программы обучающимися	Требования ФГОС ООО и СОО к образовательным результатам обучающихся по математике; аналитические и графические способы решения задач с параметрами.	Применять аналитические и графические способы решения задач с параметрами для объективной оценки образовательных результатов обучающихся по теме «Задачи с параметрами».

1.3. Категория слушателей – учителя математики.

1.4. Форма обучения – очная.

1.5. Срок освоения программы – 24 часа.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1 Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего час.	Виды учебных занятий, работ		Формы контроля
			Лекции	Практические занятия	
1.	Требования ФГОС ООО и ФГОС СОО к образовательным результатам обучающихся по математике	2	2		
2.	Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении аналитических способов решения задач с параметрами	10	4	6	Практическая работа
3.	Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении графических способов решения задач с параметрами	10	2	8	Практическая работа
4.	Итоговая аттестация	2		2	Контрольная работа
	ИТОГО:	24	8	16	

2.2. Рабочая программа

1. Требования ФГОС ООО и ФГОС СОО к образовательным результатам обучающихся по математике (лекция – 2 часа)

Лекция. Формирование образовательных результатов в соответствии с обновленными ФГОС ООО и ФГОС СОО. Место задач с параметрами в курсе математики основной и старшей школы. Анализ результатов достижения образовательных результатов обучающихся ООО и СОО при решении задач с параметрами. Основные трудности, с которыми сталкиваются учащиеся при решении указанных задач. Основные методы решения задач с параметром.

2. Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении аналитических способов решения задач с параметрами (лекция – 4 часов, практические занятия – 6 часов)

Лекция. Аналитические способы решения задач с параметрами. Логический перебор при решении линейных и нелинейных уравнений и

неравенств, а также их систем. Квадратный трехчлен в задачах с параметрами: исследование дискриминанта, теорема Виета, расположение корней квадратного трехчлена. Применение свойств функций: монотонность, ограниченность, инвариантность. Метод упрощающего значения. Параметр как переменная.

Практическая работа №1 «Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении аналитических способов решения задач с параметрами». Решение задач с параметрами аналитическими способами: решение линейных уравнений, неравенств, систем линейных уравнений; решение квадратных уравнений с помощью исследования дискриминанта, теоремы Виета, расположение корней квадратного трехчлена; решение нелинейных уравнений и неравенств; применение монотонности, ограниченности функций и инвариантности выражений; метод упрощающего значения; параметр как переменная. Обсуждение методов решения, возможных ошибок учащихся: неверный учет области допустимых значений, потеря или появление посторонних решений, неправильный анализ особых случаев параметра, ошибки в логике рассуждений, неумение выбрать оптимальный метод решения, пр. Обсуждение приемов устранения ошибок: использование таблицы условий для параметра, разбор критических случаев, введение алгоритма исследования параметра, оформление решения в виде логической цепочки с обоснованием каждого шага, разбор типовых задач с комментированием, использование схем и блок-схем для наглядного представления алгоритмов, пр.

3. Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении графических способов решения задач с параметрами (лекция – 2 часа, практические занятия – 8 часов)

Лекция. Метод областей. Преобразование графиков. Геометрические идеи. Векторные интерпретации.

Практическая работа №2 «Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении графических способов решения задач с параметрами». Решение задач с параметрами с помощью графических способов: решение задач в системах координат «переменная – параметр», декартовой системе координат. Графики функций, заданных в явном и неявном виде. Векторные интерпретации. Обсуждение методов решения, возможных ошибок учащихся: неправильный выбор системы координат, ошибки в построении графиков, неверный анализ пересечений графиков, потеря решений или учёт посторонних случаев, неправильная интерпретация ответа, пр. Обсуждение приемов устранения ошибок: разбор ключевых видов графиков, использование шаблонов и алгоритмов, метод "замораживания параметра", составление таблицы возможных случаев, проверка крайних точек, пр.

РАЗДЕЛ 3. ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Входной контроль

Форма: тестирование.

Описание, требования к выполнению задания:

Входная диагностика состоит из 10 тестовых вопросов, правильный ответ на каждый из которых оценивается в 1 балл.

Критерии оценивания:

Тест сдан, если слушатель набрал не менее 6 баллов.

Примеры заданий:

1. Согласно Приказу Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» учебный предмет «Математика» предметной области «Математика и информатика» включает в себя следующее количество учебных курсов:

- А) 2;
- Б) 3;
- В) 4;
- Г) 5.

2. Задача с параметром присутствует в контрольно-измерительных материалах:

- А) ВПР-8;
- Б) ВПР-8 с углубленным изучением математики;
- В) ГИА-9;
- Г) ГИА-11.

Количество попыток: 2.

Текущий контроль

Раздел программы 2 «Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении аналитических способов решения задач с параметрами»

Форма: Практическая работа.

Описание, требования к выполнению заданий:

По окончании изучения раздела программы слушатель курсов выполняет практическую работу. Слушателям требуется представить развернутое решение 5 заданий по указанному разделу программы.

Критерии оценивания:

Работа считается выполненной, если верно решено не менее 75% заданий.

Примеры заданий:

Задание 1. Для каждого значения параметра a найдите число корней уравнения $9(5x-1)a^2 - (59x-55)a + 6(x-1) = 0$.

Задание 2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $16^x + (3a^2 + 5a + 7) \cdot 4^x - 2a + 3 = 0$ имеет единственный корень.

Задание 3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x^2 - (a-5)x + a^2 - 4a - 5 < 0$ будет выполнено для любого значения x , принадлежащего интервалу $(-4; 0)$.

Задание 4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $|4\cos x + a + 6| + |5\cos x + a^2 + 1| \leq 10\cos x + |a^2 + a - 2| + 10$ выполняется для всех значений $x \in [0; 7]$.

Задание 5. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых при любом значении параметра b следующая система уравнений имеет хотя бы одно решение:
$$\begin{cases} 2(1+|y|)^a + (b^2 - 2b + 2)^z = 3 \\ zy(z+b-1) = 2a^2 - 3a + 1 \end{cases}$$

Количество попыток: 1.

Раздел программы 3. «Достижение образовательных результатов обучающихся на уровне основного общего и среднего общего образования при изучении графических способов решения задач с параметрами»

Форма: Практическая работа.

Описание, требования к выполнению заданий:

По окончании изучения раздела программы слушатель курсов выполняет практическую работу. Слушателям требуется представить развернутое решение 5 заданий по указанному разделу программы.

Критерии оценивания:

Работа считается выполненной, если верно решено не менее 75% заданий.

Примеры заданий:

Задание 1. Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 2,5, & \text{если } x < 2 \\ -x + 1,5, & \text{если } 2 \leq x \leq 3. \\ x - 5, & \text{если } x > 3 \end{cases}$

Определите, при каких значениях t прямая $y=t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Задание 2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} a \leq \log_2 x \\ 2a + x \geq 4 \\ a + 2x \leq 10 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение, и укажите

множество решений системы для каждого такого значения параметра a .

Задание 3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x+1| - a|x-3| = 4$ имеет хотя бы одно решение, и укажите множество решений уравнения для каждого такого значения параметра a .

Задание 4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2 + \left| \frac{5}{x} - 3 \right| = ax$ имеет более двух положительных корней.

Задание 5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \sqrt{(x-6)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-10)^2 + (y-a)^2} = 4 \\ \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2} = 10 \end{cases}$ имеет единственное решение.

Количество попыток: 1.

Итоговый контроль

Раздел программы 4 «Итоговая аттестация»

Форма: Контрольная работа.

Описание, требования к выполнению заданий:

Обучение по программе завершается выполнением контрольной работы – решением задач с параметрами. Работа содержит 6 задач (по три задачи на разделы программы 2 и 3).

Критерии оценивания:

Каждая правильно решенная задача оценивается в 4 балла. Если решение задачи недостаточно обосновано, выставляется 3 балла. Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения – 2 балла. В решении задачи имеется значительное продвижение – 1 балл. Результаты выполнения контрольной работы оцениваются по оценочной шкале «зачтено» / «не зачтено». Для получения

положительной оценки «зачтено» слушателю необходимо получить за работу не менее 18 баллов.

Примеры заданий:

1. Найдите все значения p , при каждом из которых уравнение $(p-1)x^2 - 2x - 1 - p = 0$ имеет единственный корень.
2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $|3x - 5a - 3| \leq 7 - 5a - x$ имеет единственное решение.
3. Найдите все значения a , при которых любое решение уравнения $3\sqrt[5]{6,2x - 5,2} + 4\log_5(4x + 1) + 5a = 0$ принадлежит отрезку $[1; 6]$.
4. Постройте график функции $y = |x^2 + 5x + 6|$. Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?
5. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0 \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.
6. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x-a} \sin x = \sqrt{x-a} \cos x$ имеет один корень на отрезке $[0; \pi]$.

Количество попыток: 1.

РАЗДЕЛ 4. ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение программы

Нормативные документы

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273.
2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».
3. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 568 от 18.07.2022 г. «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования».
4. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования».
5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный

приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413».

6. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования».

7. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования».

8. Приказ Министерства просвещения РФ от 02.08.2022 № 653 «Об утверждении федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ НОО, ООО, СОО».

9. Приказ Министерства просвещения РФ от 01.04.2025 № 258 «О внесении изменений в приложения № 1 и № 2 к приказу Министерства просвещения Российской Федерации от 5 ноября 2024 г. № 769 "Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, и установлении предельного срока использования исключенных учебников и разработанных в комплекте с ними учебных пособий».

Литература

1. Балаян, Э.Н. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Задачи с параметром. Числа и их свойства: Разбор заданий: 10-11 классы [Текст] / Э.Н. Балаян. – М.: Феникс, 2025. -192 с.

2. Далингер В.А. Задачи с параметрами. Часть 1 [Текст] / В.А. Далингер. – М.: Юрайт, 2021. - 467 с.

3. Далингер В.А. Задачи с параметрами. Часть 2 [Текст] / В.А. Далингер. – М.: Юрайт, 2021. - 502 с.

4. Козко, А.И. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи [Электронный ресурс] / А.И. Козко, В.С. Панфёров, И.Н. Сергеев, В.Г. Чирский. - М.: МЦНМО, 2016. - 229 с.

5. Колобов, А.Н. Задачи с параметрами в математическом образовании / А.Н. Колобов // Математика, информатика, физика: проблемы и перспективы : сборник научных статей международной научно - практической конференции, Оренбург, 21–22 апреля 2022 года / ФГБОУ ВО "Оренбургский государственный педагогический университет". – Оренбург: Без издательства, 2022. – С. 159-169.

6. Малкова, А.Г. Математика. Задачи с параметрами: 12 методов решения [Текст] / А.Г. Малкова. – М.: Феникс, 2024. - 392 с.

7. Петухова, В.О. Использование математического пакета GeoGebra при решении задач с параметрами / В.О. Петухова, С.В. Платонова // Перспективы цифровой трансформации образования : Материалы

Национальной научно-практической конференции, Рязань, 20–21 июня 2023 года. – Рязань: Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина, 2024. – С. 45-47.

8. Прокофьев, А.А. Математика. ЕГЭ. Задачи с параметрами [Текст] / А.А. Прокофьев, А.Г. Корянов. – М.: Легион, 2024. - 384 с.

9. Шахмейстер А.Х. Задачи с параметрами на экзамене [Текст] / А.Х. Шахмейстер. – М.: МЦНМО, 2009. - 248 с.

10. Шевкин, А.В. Математика. Задачи с параметром. Трудные задания ЕГЭ (профильный уровень) [Текст] / А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2022. - 96 с.

11. Шестаков, С.А. ЕГЭ. Математика. Задачи с параметром. Задача 17 (профильный уровень) [Текст] / Шестаков С.А. – М.: МЦНМО, 2023. - 288 с.

12. Юрченко, Евг.В. Уравнения с параметром и нестандартные задачи: 7-9 класс [Текст] /Евг. В. Юрченко, Ел. В. Юрченко. – М.: МЦНМО, 2020. - 88 с.

13. Ярных, Д.В. Некоторые методические аспекты обучения решению задач с параметрами в основной школе [Текст] / Д.В. Ярных, Л.М. Бронникова // Вестник Шадринского государственного педагогического университета, 2021. - №. 4 (52). С. 162-164.

Электронные обучающие материалы

1. Библиотека цифрового образовательного контента [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://moiuroki.pf/>.

2. Математика, 5–11 кл. Коллекция интерактивных моделей. Выпуск 8.0 [Электронный ресурс]. –М.: ООО «1С-Публишинг», 2019.

3. Московская электронная школа [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.mos.ru/city/projects/mesh/>.

4. Образовательная платформа ЛЕКТА [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://lecta.rosuchebnik.ru/?utm_source=rosuchebnik&utm_medium=topmenu&utm_campaign=organicyandex.

5. Российская электронная школа [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://resh.edu.ru/>.

6. Учи.ру [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://uchi.ru/>.

7. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://fcior.edu.ru/>.

8. Открытый банк заданий ОГЭ. Математика [Электронный ресурс] // ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. - Режим доступа: URL: <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>

9. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика [Электронный ресурс] // ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. - Режим доступа: URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

Интернет-ресурсы

1. 1С: Урок – Библиотека интерактивных материалов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_matematike_7_11_kl/teoriya_veroyatnostey/
2. Группа компаний «Просвещение» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://prosv.ru/>
3. Российский образовательный портал [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://edu.ru/>
4. ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.instrao.ru>
5. Федеральный институт оценки качества образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://fioco.ru/ru/osoko>
6. Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://fipi.ru/>
7. Московский центр непрерывного математического образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://mccme.ru/ru/>
8. Учебно-методический журнал «Математика» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://mat.1sept.ru/>

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Технические средства обучения

Реализация программы в очном формате обеспечена компьютерным и мультимедийным оборудованием для аудиовизуального обучения с выходом в сеть Интернет. Имеется комплект учебно-методического сопровождения, включающий текстовые и презентационные материалы по темам программы.

Для проведения практикумов в институте оборудованы компьютерные классы, оснащенные компьютерами и программным обеспечением для организации совместной работы.

Институт предоставляет обучающимся доступ к электронным образовательным ресурсам через систему дистанционного обучения на интернет-портале института на платформе Moodle <https://sdo.kirovipk.ru/>