

Министерство образования Кировской области

Кировское областное государственное образовательное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования Кировской области»
(КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»)

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ИРО Кировской области

Н.В. Соколова

№ 2 от 19.03.2026

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА

(повышения квалификации)

**«Особенности углубленного изучения математики
в условиях обновления содержания школьного образования»**

для учителей математики

(в количестве 32 часов)

Киров – 2026

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Цель реализации программы: совершенствование профессиональных компетенций учителя математики в области обучения на углубленном уровне.

1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение. Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	Особенности построения содержания и требований к результатам обучения углубленного уровня. Трудные темы нового предметного содержания. Подходы к формированию результатов обучения	Решать учебные задания по трудным темам предметного содержания углубленного уровня. Применять знания предметного содержания углубленного уровня для разработки учебных заданий

1.3. Категория слушателей – учителя математики общеобразовательных организаций.

1.4. Форма обучения – очная.

1.5. Срок освоения программы – 32 часа.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1 Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего час.	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля
			Лекции	Интерактивные занятия	
1.	Государственная политика в образовании	2	2		Тест
1.1.	Единое образовательное пространство обучения, воспитания и развития		1		
1.2.	Цифровая трансформация образования		1		
2.	Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне	28	12	16	Тест
2.1.	Федеральные рабочие программы по математике: содержание и требования к результатам обучения	2	2		
2.2.	Методы обучения решению уравнений повышенного уровня сложности	4	2	2	
2.3.	Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности	4	2	2	
2.4.	Методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности	8	2	6	
2.5.	Методика обучения решению задач с параметрами высокого уровня сложности на основе применения ключевых умений	6	2	4	
2.6.	Методические приемы обучения решению задач на вероятности сложных событий	4	2	2	
3.	Итоговая аттестация	2		2	Контрольная работа
	ИТОГО:	32	14	18	

2.2. Рабочая программа

1. Государственная политика в образовании (2 часа)

1.1. Единое образовательное пространство обучения, воспитания и развития (лекция - 1 час)

Лекция. Особенности обновленных ФГОС ООО, ФГОС СОО. Комплексный формат представления требований к результатам освоения обучающимися образовательных программ. Федеральная основная образовательная программа (ФООП). Работа по учебникам действующего ФПУ в соответствии с ФООП. Единые учебники. Воспитание личности как целевой ориентир ФГОС.

1.2. Цифровая трансформация образования (лекция – 1 час)

Лекция. Национальная цель «Цифровая трансформация». Суть цифровой трансформации образования. Технологическое обновление и новая дидактика образования, персонализация образовательного процесса на основе использования растущего потенциала цифровых технологий. ФГИС «Моя школа». Библиотека цифрового образовательного контента. Нормативное регулирование использования цифровых технологий в обучении и воспитании обучающихся. Коммуникационная платформа «Сферум».

2. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне (28 часов)

2.1. Федеральные рабочие программы по математике: содержание и требования к результатам обучения (лекция – 2 часа)

Лекция – 2 ч. Приоритетные цели обучения математике по ФГОС. Содержание и требования к результатам обучения федеральной рабочей программы ООО и СОО по математике. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне. Основания отбора содержания учебного предмета «Математика» (углубленный уровень) к учебному курсу. Содержание федеральной рабочей программы по математике ООО и СОО на углубленном уровне в заданиях КИМ ОГЭ и ЕГЭ по математике (профильный уровень).

2.2. Методы обучения решению уравнений повышенного уровня сложности (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)

Лекция – 2 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Уравнения и неравенства». Типы уравнений повышенного уровня сложности: рациональные (дробные рациональные), иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические, смешанного типа. Общий подход в обучении решению уравнений повышенного уровня сложности. Основные методы решения уравнений повышенного уровня сложности. Методика обучения решению систем линейных уравнений матричным методом. Критерии оценивания заданий на решение уравнений и отбор корней на указанном промежутке на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Практическое занятие – 2 ч. Изучение учебных материалов. Решение уравнений и оценивание решений уравнений в соответствии с критериями.

2.3. Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)

Лекция – 2 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Уравнения и неравенства». Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности: алгоритм действий учителя и обучающихся, методы решения неравенств, исследование особенностей решения неравенств повышенного уровня сложности: иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических, смешанного типа. Критерии оценивания выполнения задания на решение неравенств на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Практическое занятие – 2 ч. Изучение учебных материалов. Решение неравенств и оценивание решения неравенств в соответствии с критериями.

2.4. Методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности (лекция – 2 часа, практическое занятие – 6 часов)

Лекция – 2 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения учебного курса «Геометрия». Общий подход к решению геометрических задач: выделение группы умений.

Планиметрия. Подходы в обучении решению планиметрических задач: композиция геометрических фигур, дополнительное построение, обоснование применения формул, вычислительных действий. Критерии оценивания решения планиметрических задач на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Стереометрия. Подходы в обучении решению стереометрических задач повышенного уровня сложности на доказательство и вычисления: традиционный, переход от стереометрического решения к планиметрическому, метод координат в пространстве. Критерии оценивания решения стереометрических задач на ЕГЭ по математике.

Практическое занятие – 6 ч. Изучение учебных материалов. Решение геометрических задач и оценивание решений задач в соответствии с критериями.

2.5. Методика обучения решению задач с параметрами высокого уровня сложности на основе применения ключевых умений (лекция – 2 часа, практическое занятие – 4 часа)

Лекция – 2 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Задачи с параметрами». Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Методика обучения решению задач с параметрами: исследование условия и определение идеи решения, выбор метода решения, выделение ключевых умений, решение задачи и анализ результата. Методы решения задач с параметрами: графический, аналитический, исследование функций методами математического анализа. Критерии оценивания выполнения задач с параметром на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Практическое занятие – 4 ч. Изучение учебных материалов. Решение задач с параметрами и оценивание решений в соответствии с критериями.

2.6. Методические приемы обучения решению задач на вероятности сложных событий (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)

Лекция – 2 ч. ФРП «Математика» (углубленный уровень) учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне: содержание и предметные результаты, проверяемые на ОГЭ и ЕГЭ по математике профильного уровня. Методические приемы обучения решению задач на «Случайные события», «Оценивание изменения вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте», «Сложные события»: применение в решении задач на вероятности сложных событий теорем о вероятностях событий и формул: полной вероятности, Байеса, Бернулли, Пуассона, комбинаторики.

Практическое занятие – 2 ч. Изучение учебных материалов. Решение задач на вероятности сложных событий.

РАЗДЕЛ 3. ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Раздел программы «Государственная политика в образовании»

Форма: тестирование.

Описание, требования к выполнению задания:

Тест состоит из 10 заданий, максимальное количество баллов - 10 баллов.

Критерии оценивания:

Тестирование пройдено успешно, если набрано не менее 6 баллов.

Примеры заданий:

1. Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования НЕ включают в себя:

- а) требования к структуре основных образовательных программ;
- б) требования к результатам освоения основных образовательных программ;
- в) обязательный минимум содержания основных образовательных программ;
- г) требования к условиям реализации основных образовательных программ.

2. ФООП включают учебно-методическую документацию (выберите все верные ответы):

- а) Федеральный учебный план;
- б) Федеральный календарный учебный график;
- в) Федеральные рабочие программы учебных предметов;
- г) Федеральную программу дошкольного образования;
- д) Федеральную рабочую программу воспитания;
- е) Федеральный календарный план воспитательной работы.

3. Соотнесите направления реализации Концепции развития математического образования с уровнями образования:

1. Использование широкого спектра математической активности, построение алгоритмов в визуальной и игровой среде.

2. Предоставление возможности достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе.

3. Обеспечение необходимого уровня математической подготовки кадров для нужд математической науки, экономики, научно-технического прогресса, безопасности и медицины.

4. Обеспечение передового уровня фундаментальных и прикладных исследований в области математики и их использование в математическом образовании.

5. Создание общественной атмосферы позитивного отношения к достижениям математической науки и работе в этой области, понимания важности математического образования для будущего страны, формирование гордости за достижения российских ученых.

А. Дошкольное и начальное общее образование.

Б. Основное общее и среднее общее образование.

В. Профессиональное образование.

Г. Дополнительное профессиональное образование, подготовка научно-педагогических работников образовательных организаций высшего образования и научных работников научных организаций, математическая наука.

Д. Математическое просвещение и популяризация математики, дополнительное образование.

Количество попыток: 2.

Раздел программы «Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне»

Форма: тестирование.

Описание, требования к выполнению задания:

Тест состоит из 10 заданий, максимальное количество баллов - 10 баллов.

Критерии оценивания:

Тестирование пройдено успешно, если набрано не менее 6 баллов.

Примеры заданий:

1. Каким содержанием обновлен учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» 10 класс?

А) теорема Безу;

б) матрица системы линейных уравнений, определитель матрицы 2×2 ;

в) бином Ньютона;

г) арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числового аргумента.

2. Изучите критерии оценивания задания и поставьте балл за представленное решение.

«Решите уравнение $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 4$. В ответе укажите количество целых решений уравнения, принадлежащих отрезку $[2\sqrt{3}+1; 10]$ ».
Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат и выполним преобразования:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} \right)^2 = 16; \\ & x + 4\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} \cdot \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} + x - 4\sqrt{x-4} = 16; \\ & \sqrt{(x+4\sqrt{x-4}) \cdot (x-4\sqrt{x-4})} = 8; \\ & x^2 - 16(x-4) = (8-x)^2; \\ & x^2 - 16x + 64 = 64 - 16x + x^2, \Rightarrow x - \text{любое число,} \\ & \text{а, значит, целые решения на отрезке } [2\sqrt{3}+1; 10] \\ & \text{это } x = 5; 6; 7; 8; 9; 10. \text{ Всего: 6.} \end{aligned}$$

Ответ: 6.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Максимальный балл: 2.

Выберите один верный ответ.

- а) 0;
- б) 1;
- в) 2.

Количество попыток: 2.

Итоговый контроль

Раздел программы «Итоговая аттестация»

Форма: Контрольная работа.

Описание, требования к выполнению заданий:

Обучение по программе завершается выполнением контрольной работы.

Работа содержит 6 задач.

Критерии оценивания:

Каждая правильно решенная задача оценивается в 4 балла. Если решение задачи недостаточно обосновано, выставляется 3 балла. Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения – 2 балла. В решении задачи имеется значительное продвижение – 1 балл. Результаты выполнения контрольной работы оцениваются по оценочной шкале «зачтено» / «не зачтено». Для получения положительной оценки «зачтено» слушателю необходимо получить за работу не менее 18 баллов.

Примеры заданий:

Задание 1. Решите уравнение: $x^4 = (5x - 14)^2$.

Задание 2. Решите неравенство: $2 \cdot 8^{x-1} - 1 \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}$.

Задание 3. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K . Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

Задание 4. В правильной треугольной пирамиде $SABCD$ с основанием ABC точки M и K – середины рёбер AB и SC соответственно, а точки N и L отмечены на ребрах SA и BC соответственно так, что отрезки MK и NL пересекаются, а $AN=3NS$.

- а) Докажите, что прямые MN , KL и SB пересекаются в одной точке.
- б) Найдите отношение $BL:LC$.

Задание 5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $|4\cos x + a + 6| + |5\cos x + a^2 + 1| \leq 10\cos x + |a^2 + a - 2| + 10$ выполняется для всех значений $x \in [0; 7]$.

Задание 6. Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит пять значений:

1,2 1,4 1,3 1,4 и 1,2.

По этой выборке найдите несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности

Количество попыток: 1.

РАЗДЕЛ 4. ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение программы

Нормативные документы

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273.

2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».

3. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 568 от 18.07.2022 г. «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования».

4. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования».

5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413».

6. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования».

7. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования». Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 09.10.2024 № 704 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства просвещения Российской Федерации, касающиеся федеральных образовательных программ начального общего образования, основного общего образования и среднего общего образования»;

1. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.06.2025 № 467 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства образования и науки Российской Федерации и Министерства просвещения Российской Федерации, касающиеся федеральных государственных образовательных стандартов начального общего образования и основного общего образования»;

2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 26.06.2025 № 495 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, и установлении предельного срока использования исключенных учебников и разработанных в комплекте с ними учебных пособий»;

3. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 23.07.2025 № 551 «Об утверждении федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования»;

4. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 08.10.2025 № 729 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства просвещения Российской Федерации, касающиеся федеральных образовательных программ начального общего образования, основного общего образования и среднего общего образования»;

5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 27.10.2025 № 768 «О внесении изменений в приложения № 1 и № 2 к приказу Министерства просвещения Российской Федерации от 26.06.2025 № 495 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, и установлении предельного срока использования исключенных учебников и разработанных в комплекте с ними учебных пособий».

Литература

1. Бунимович, Е.А. Математика. Вероятность и статистика : 10-й класс : базовый и углублённый уровни : учебное пособие [Текст] / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. – М.: Просвещение, 2023. – 223 с.

2. Ткачёва, М.В. Математика. Вероятность и статистика: 10–11-е классы : углублённый уровень : задачник : учебное пособие, разработанное в комплекте с учебником [Текст] / М. В. Ткачёва. — М.: Просвещение, 2023. – 80 с.

3. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (базовый и углубленный уровни) / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2023. - 464 с.

4. Геометрия, 10-11 классы (базовый и углубленный уровни) / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, Л.С. Киселёва. М.: Просвещение, 2023. - 288 с.

5. Методика обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002. - 224с.

6. Теория и практика метапредметного образования: поиски решения проблем / С.Г. Воровщиков, В.А. Гольдберг, С.С. Виноградова, Д.В. Татьянченко и др. М.: 5 за знания, 2018. - 364 с.

Электронные обучающие материалы

1. Высоцкий, И.Р. Кружок по теории вероятностей 11 класса [Электронное издание] / И.Р. Высоцкий. - М.: МЦНМО, 2018. - 128 с.

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru>.

3. Математика, 5–11 кл. Коллекция интерактивных моделей. Выпуск 8.0 [Электронный ресурс]. –М.: ООО «1С-Паблишинг», 2019.

4. Московская электронная школа [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.mos.ru/city/projects/mesh/>.

5. Образовательная платформа ЛЕСТА [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://lecta.rosuchebnik.ru/?utm_source=rosuchebnik&utm_medium=topmenu&utm_campaign=organicyandex.

6. Российская электронная школа [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://resh.edu.ru/>.

7. Учи.ру [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://uchi.ru/>.

8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://fcior.edu.ru/>.

9. ЯКласс [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.yaklass.ru/>.

10. Виртуальные лабораторные работы: <https://content.edsoo.ru/lab/>

Интернет-ресурсы

1. 1С: Урок – Библиотека интерактивных материалов. Теория вероятностей [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_matematike_7_11_kl/teoriya_veroyatnostey/

2. Вероятность в школе. Методическая консультация [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://ptlab.mccme.ru/>

3. Всероссийские проверочные работы [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://fioco.ru/obraztsi_i_opisaniya_proverochnyh_rabot_2020

4. Группа компаний «Просвещение» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://prosv.ru/>

5. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. Вероятность и статистика в школьном курсе математики [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/5ec6ba0-3192-11dd-bd11->

0800200c9a66/

6. Российский образовательный портал [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://edu.ru/>

7. ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.instrao.ru>

8. Федеральный институт оценки качества образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://fioco.ru/ru/osoko>

9. Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://fipi.ru/>

4.2. Материально-технические условия реализации программы **Технические средства обучения**

Реализация программы в очном формате обеспечена компьютерным и мультимедийным оборудованием для аудиовизуального обучения с выходом в сеть Интернет. Имеется комплект учебно-методического сопровождения, включающий текстовые и презентационные материалы по темам программы.

Для проведения практикумов в институте оборудованы компьютерные классы, оснащенные компьютерами и программным обеспечением для организации совместной работы.

Институт предоставляет обучающимся доступ к электронным образовательным ресурсам через систему дистанционного обучения на интернет-портале института на платформе Moodle <https://sdo.kirovipk.ru/>