



Министерство образования Кировской области



Кировское областное государственное образовательное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Институт развития образования Кировской области»

НЕВЕРОЯТНАЯ ВЯТКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО СТАТИСТИКЕ
И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ 7 КЛАССА



Министерство образования Кировской области

Кировское областное государственное образовательное автономное
учреждение дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования Кировской области»

*не*ВЕРОЯТНАЯ ВЯТКА

*Учебное пособие по статистике
и теории вероятностей
для 7 класса*

Киров, 2025 г.

УДК 37.02
ББК 60.60
Н40

*Печатается по решению Совета по научной,
инновационной и редакционно-издательской деятельности
КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»*

Кунилова М.А., учитель математики МБОУ «СОШ №45 имени А.П. Гайдара» города Кирова,
Маринкевич О.П., учитель математики МОАУ «Гимназия имени А. Грина».

Рецензенты:

Ряattel А.В., методист кафедры предметных областей КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», кандидат физико-математических наук, доцент;
Крутихина И.В., учитель математики КОГОАУ «КЭПЛ».

Н40 НеВероятная Вятка. Комплект материалов к практическим занятиям по вероятности и статистике для 7 класса : учебное пособие: / М.А. Кунилова, О.П. Маринкевич ; КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области». – Киров, 2025. – 100 с. – (Серия «Федеральные государственные образовательные стандарты»).

Учебное пособие включает комплект заданий, решения и ответы, презентации к урокам. Разработка ориентирована прежде всего на работу с учебником «Вероятность и статистика: 7–9 классы: базовый уровень»: учебник: в двух частях/ И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И.В. Яценко – М.: Просвещение, 2023. Для удобства учителя и ученика определения основных понятий продублированы из учебника.

© ИРО Кировской области, 2025
© Кунилова М.А., Маринкевич О.П., 2025

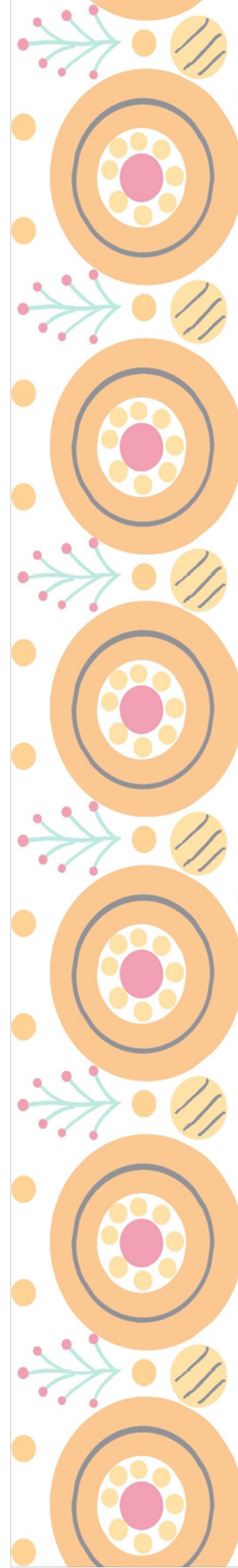
От авторов

Учебное пособие включает в себя комплект заданий, решения и ответы; презентации к урокам.

Разработка ориентирована прежде всего на работу с учебником «Вероятность и статистика: 7–9 классы: базовый уровень»: учебник: в двух частях/ И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И.В. Яценко – М.: Просвещение, 2023. Для удобства учителя и ученика определения основных понятий продублированы из учебника.

В пособии приведены примеры заданий, составленных на краеведческом материале Кировской области. Каждая из предложенных задач может быть расширена за счёт местных данных (достопримечательности, природные объекты, местное производство). Учащиеся принимают активное участие в поиске исходных данных и составлении задач-проектов, так как зачастую задача в учебнике устаревает быстрее, чем учебник выпускают из печати. Источники статистической информации указаны в большинстве предложенных задач. Абстрактной статистики не бывает, она всегда привязана к реальности. Многие задачи предполагают использование калькулятора и электронных таблиц. Задача учащихся – правильно интерпретировать полученные результаты.

В пособии частично использованы результаты работы авторов со студентами в рамках конкурса студенческих проектов. Авторы выражают благодарность С.А. Быковой, А.Ю. Махневой, М.Д. Нелюбиной, Я.С. Рыбаковой за плодотворное сотрудничество.

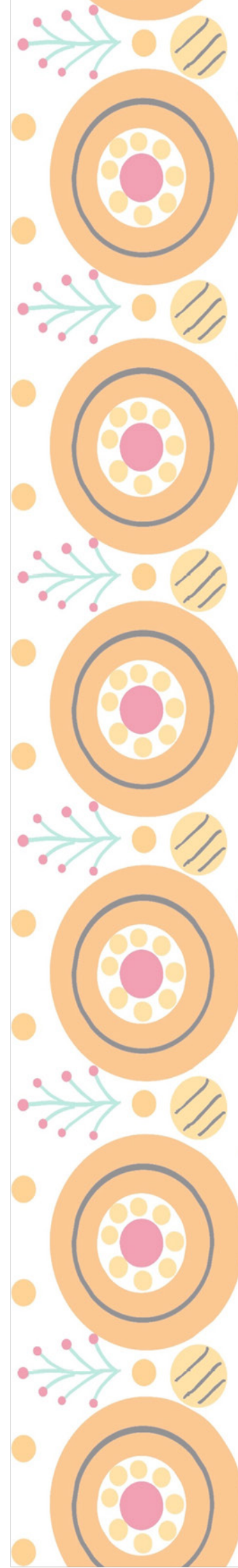




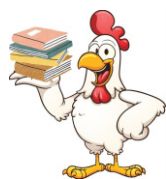
Оглавление

Глава 1. Представление данных.....	7
1. Таблицы. Упорядочивание данных и поиск информации	8
2. Подсчёты и вычисления в таблицах.....	15
3. Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы.....	19
4. Возрастно-половые диаграммы.....	26
Глава 2. Описательная статистика.....	34
5. Среднее арифметическое	35
6. Размах. Медиана. Мода	39
7. Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического	43
Глава 3. Случайная изменчивость	47
8. Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений	48
9. Тенденции и случайные отклонения.....	52
10. Частоты значений в массиве данных. Связь между частотами и средним арифметическим	56
11. Группировка данных и гистограммы	59
12. Выборка. Статистическая устойчивость и оценка с помощью выборки.....	64
Глава 4. Введение в теорию графов.....	68
13. Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины.....	69
14. Пути в графе. Связный граф	73
15. Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы	79

Глава 5. Логика.....	82
16. Утверждения и высказывания. Отрицание.....	83
17. Условные утверждения.....	86
18. Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и достаточные условия	88
19. Противоположные утверждения. Доказательство от противного.....	90
Глава 6. Случайные опыты и случайные события	92
20. Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий	93
21. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как узнать вероятность события	96
Источники.....	98



УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ



Важно знать!



Нужно решить!



Задание на дом



Контрольная работа

5

Задание повышенной сложности



Презентация к уроку



Интересные факты про Кировскую область



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

- 1. Таблицы. Упорядочивание данных и поиск информации.**
- 2. Подсчёты и вычисления в таблицах.**
- 3. Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы.**
- 4. Возрастно-половые диаграммы.**



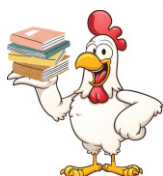
Кировскую область часто зовут Вятским краем по имени главной реки, протекающей по её территории.

Жителей Кировской области иногда называют вятчанами. Мы вятчане. Вятичи – восточнославянское племя, населявшее бассейн Оки и Верхнего Дона.

Славянские поселенцы основали Вятскую вечевую республику по примеру новгородской. Она существовала в XIV–XV веках. Вятские речные пираты (ушкуйники) даже плавали грабить столицу Золотой орды. Вольница закончилась присоединением к Московскому княжеству.

1. Таблицы.

Упорядочивание данных и поиск информации



Статистика – это наука, которая занимается способами сбора, обработки и представления больших массивов данных.

Таблица – самый простой и удобный способ упорядочить данные.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

1	(H)																	He		
2	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne												Ar
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar												
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni										
5	Rb	Sr	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd											
6	Cs	Ba	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt											
7	Fr	Ra	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt												

Таблица основных степеней

an	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7	7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249

РАСПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГОРОДСКИХ АВТОБУСОВ ПО МАРШРУТУ №2

№ автобуса	Контрольные пункты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
1	Алп №12																								
2	Августовая	6:56	7:42	9:10	10:00	11:57	12:32	13:16	13:16	14:00	17:02	17:50	18:45												
3	СШ №2	6:51	7:41	9:12	10:02	11:59	12:34	13:18	13:18	14:02	17:04	17:52	18:47												
4	Августовая	6:54	7:46	9:14	10:04	12:01	12:36	13:20	13:20	14:04	17:06	17:54	18:49												
5	Панова	6:57	7:49	9:17	10:07	12:04	12:39	13:23	13:23	14:07	17:09	17:57	18:52												
6	СШ №1	6:59	7:52	9:19	10:09	12:06	12:41	13:25	13:25	14:09	17:11	17:59	18:55												
7	Большая	7:01	7:55	9:21	10:11	12:10	12:43	13:28	13:28	14:12	17:14	18:01	18:57												
8	Земляная	7:03	7:57	9:23	10:13	12:11	12:45	13:30	13:30	14:15	17:17	18:03	18:59												
9	ул. Орловской	7:04	7:59	9:26	10:16	12:13	12:46	13:34	13:34	14:19	17:20	18:06	19:02												
10	ул. Ленина-вожжечная	7:05	8:01	9:29	10:19	12:15	12:48	13:37	13:37	14:21	17:22	18:09	19:05												
11	Буркина	7:07	8:03			12:50	13:38	13:38	14:23	17:24	18:10	19:06													
12	Турия	7:10	8:07				12:53	13:42	13:42	14:26	17:28	18:14	19:10												
13	Железа		8:11					13:46	14:30			18:18													
ОБРАТНО																									
14	Турия	7:10	8:15				12:56	13:42	13:50	14:34	17:28	18:22	19:10												
15	Буркина	7:11	8:19				12:58	13:44	13:54	14:38	17:32	18:26	19:14												
16	ул. Ленина-вожжечная	7:13	8:20	9:29	10:19	12:15	13:01	13:45	13:55	14:39	17:33	18:27	19:15												
17	ул. Орловской	7:14	8:23	9:31	10:21	12:17	13:02	13:48	13:58	14:41	17:35	18:29	19:17												
18	Земляная	7:17	8:24	9:33	10:23	12:19	13:04	13:51	14:01	14:42	17:37	18:31	19:19												
	Большая		8:26					14:03	14:45																
19	СШ №1	7:19	8:30	9:36	10:26	12:21	13:05	13:53	14:07	14:49	17:39	18:34	19:22												
20	Панова	7:21	8:33	9:39	10:29	12:25	13:07	13:54	14:09	14:51	17:41	18:37	19:25												
21	Августовая	7:24	8:36	9:41	10:31	12:27	13:10	13:55	14:12	14:54	17:43	18:39	19:27												
22	СШ №2	7:28	8:38	9:43	10:33	12:29	13:13	13:57	14:14	14:56	17:45	18:41	19:29												
23	Августовая	7:30	8:40	9:46	10:36	12:31	13:15	13:59	14:16	14:58	17:48	18:43	19:32												

Рисунок 1. Примеры таблиц

Задачи.

1.1. В таблице представлены реки Кировской области и их длина.



Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Кобра	205
Луза	210
Молома	419
Пижма	220
Чепца	200

Ответьте на вопросы:

- Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?
- Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.

1.2. В таблице представлены учебные заведения города Кирова, их адреса и номера телефонов приёмных комиссий.

Учебное заведение	Адрес	Номер телефона приёмной комиссии
ВятГАТУ	Октябрьский пр., 123	54-86-88
МГЮА	ул. Ленина, 99	35-48-82
ВятГУ	ул. Московская, 36	32-11-42
МФЮА	ул. Ленина, 104	37-47-04

Ответьте на вопросы:

- Как расшифровываются названия высших учебных заведений?
- 32-11-42 – номер телефона приёмной комиссии какого учебного заведения?
- Какой адрес у МФЮА?
- Какое учебное заведение находится по адресу: ул. Ленина, 99, – и какой номер телефона его приёмной комиссии?

1.3. В таблице представлены музеи города Кирова.

Музей	Тематика
Вятский палеонтологический музей	Естествознание
Музей истории мороженого «Артико»	Детский
Музей истории Хлынова	История
Музей дымковской игрушки	Специализированный
Музей «Леденцово»	Детский
Галерея Прогресса	Художественный

Источник: https://www.tripadvisor.ru/Attractions-g1380981-Activities-c49-Kirov_Kirov_Oblast_Volga_District.html

Ответьте на вопросы:

- У каких музеев детская тематика?
- К какой тематике относится Галерея Прогресса?
- Какая информация представлена в 4 строке?
- В каких из этих музеев вы были или хотите побывать?

1.4. В таблице представлены данные о численности населения городов Кировской области.

Город	Население, тыс. чел.	Город	Население, тыс. чел.	Город	Население, тыс. чел.
Киров	471 754	Котельнич	20 144	Луза	9 658
Кирово-Чепецк	66 651	Яранск	15 279	Кирс	8 982
Вятские Поляны	29 742	Советск	14 625	Уржум	8 448
Слободской	29 148	Зуевка	9 767	Сосновка	8 428
Омутнинск	21 431	Белая Холуница	9 659	Нолинск	8 262

Ответьте на вопросы:

- Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?
- Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.
- Найдите разницу между численностью населения Вятских Полян и Омутнинска.
- Население какого города больше: Уржума или Нолинска?

1.5. В таблице представлена информация о знаменитых учёных, родившихся на Вятской земле.

Ученый	Годы жизни	Где родился	Звание, награды, достижения в науке
Бакулев Александр Николаевич	1890–1967	деревня Невинниковская близ города Слободского Вятской губернии.	Хирург, член-корреспондент АН, президент Академии медицинских наук (1954–1957), лауреат Государственных премий, Герой Социалистического Труда (1960). В 1956 году на базе клиники Бакулева создан институт сердечно-сосудистой хирургии, научным руководителем которого он был до конца жизни.
Бехтерев Владимир Михайлович	1857–1927	деревня Сорали Вятской губернии	Невропатолог, психиатр, психолог. С 1893 – профессор Военно-медицинской академии, с 1897 – профессор Женевского медицинского института, с 1908 – директор Психоневрологического института, с 1918 – директор Института по изучению мозга и психической деятельности.

Буш Николай Адольфович	1869–1941	город Слободской Вятской губернии	Ботаник, доктор биологических наук, профессор, член-корреспондент АН СССР. Автор более 150 научных работ.
Спицын Александр Александрович	1858–1931	город Яранск Вятской губернии	Археолог, действительный член Академии истории материальной культуры, член-корреспондент Российской АН. Автор более 300 трудов.
Гусев Матвей Матвеевич	1826–1866	город Вятка	Первый русский астрофизик. Первым в России начал фотографическое исследование солнечных пятен, начал издавать первый в стране журнал по точным наукам «Вестник математических наук».
Зеленин Дмитрий Константинович	1878–1954	село Люк Сарапульского уезда Вятской губернии	Этнограф, филолог, член-корреспондент АН. С 1904 года – член Русского географического общества. В 1916–1925 годы работал в Харьковском и Ленинградском университетах.
Циолковский Константин Эдуардович	1857–1935	село Ижевское (ныне Рязанская область).	Теоретик воздухоплавания, аэродинамики, основоположник космонавтики, философ. Жил в Вятке с 1868-го по 1873-й и с 1876-го по 1878 год. До марта 1873 года учился в Вятской гимназии.

Источник: <https://www.kirovreg.ru/region/80years/famous.php#2>

По данным таблицы ответьте на вопросы:

а) Какой учёный занимался ботаникой? Где он родился? Перечислите его достижения в науке.

б) Кто из перечисленных учёных является членом Русского географического общества, с какого года?

в) В какие годы проживал на Вятке К.Э. Циолковский? Какой областью науки он занимался? Знаешь ли ты ещё что-нибудь об этом учёном, кроме данных таблицы?

1.6. Ответьте на опросы по данным таблицы:

Паровой флот вятских судовладельцев 1860–1918 гг.			
Первоначальное название, судовладелец	Год постройки	Мощность (номинальных л.с.)	Примечания
«Гражданин», Ф.Т. Булычёв	1863	60	Буксирный. Первый пароход вятского пароходства Ф.Т. Булычёва.

«Ф. Булычёв», Т.Ф. Булычёв	1874	70	Первенец булычёвского пассажирского флота. В 1902-1903 годы перестроен в двухэтажный.
«Посланник», Я.Ф. Тырышкин	1891	45	Буксирный. Открыл буксирную линию «Вятка – Москва» в 1904 г. Канонерская лодка Красной Армии в 1919 г.
«Александр», А.Е. Шубин	1893	60	Буксирно-пассажирский. Построен в Вятке. Котёл и машина холуницкого завода.
«Александр», Я.Ф. Тырышкин	1899	50	Товаро-пассажирский. Участник боёв на Вятке и Каме в 1919 г. на стороне Красной Армии.
«Отец», торговый дом «Наследники коммерции советника И.В. Александра»	1900	60	Грузо-пассажирский. Самый большой и вместительный из вятских пассажирских пароходов в 1950-е гг.

Источник: https://herzenlib.ru/almanac/number/detail.php?NUMBER=number3&ELEMENT=gerzenka3_4_7

- а) Упорядочена ли таблица? Если она упорядочена, то по какому признаку?
- б) Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Если да, то по какому?
- в) Что находится на пересечении третьей строки и четвёртого столбца?
- г) Какова мощность товаро-пассажирского парохода?



Домашнее задание.

1. В таблице представлены районы Кировской области и их административные центры.

Район	Административный центр
Афанасьевский	пгт. Афанасьево
Богородский	пгт. Богородское
Верхнекамский	г. Кирс
Зуевский	г. Зуевка

Ответьте на вопросы:

- а) Упорядочена ли таблица? Если да, то по какому признаку?
- б) Можно ли упорядочить таблицу по другому признаку? Упорядочьте.

2. В таблице представлены реки Кировской области и их длина.

Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Молома	419
Пижма	220
Луза	210
Кобра	205
Чепца	200

Упорядочьте таблицу по алфавиту.

Расположите реки Лузу, Пижму, Чепцу и Кобру по возрастанию их длины.

Во сколько раз Вятка длиннее Чепцы?

3. В таблице представлены природные достопримечательности Кировской области.

Достопримечательности	Место
Заповедник «Нургуш»	Котельничский район
Озеро Шайтан	Уржумский район
Село Великорецкое	Юрьянский район
Атарская Лука	Советский район
Водопад, деревня Куршино	Вятскополянский район

Упорядочьте таблицу по алфавиту.

Где находится озеро Шайтан?

Какая информация представлена в 3-й строке?

Какие природные достопримечательности находятся в Советском районе?

Какие природные достопримечательности находятся в вашем районе?

4. В таблице представлены школы города Кирова.

Школа	Адрес
МБОУ «СОШ с УИОП №37»	Октябрьский пр., 129
МБОУ «СОШ №18»	ул. Свердлова, 21
МБОУ «СОШ №70»	ул. Ленина, 158А
МБОУ «СОШ №45 им. А.П. Гайдара»	ул. Гайдара, 5

Ответьте на вопросы:

- а) По какому адресу находится школа №70?
- б) Какая школа находится на ул. Гайдара, д. 5?
- в) Какая информация представлена во второй строке второго столбца?

5. В таблице представлена информация о знаменитых художниках, писателях и композиторах, родившихся на Вятской земле.

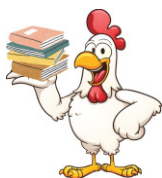
	Годы жизни	Где родился	Вид деятельности
Чайковский Пётр Ильич	1840–1893	г. Воткинск Вятской губернии	композитор
Шишкин Иван Иванович	1832–1898	г. Елабуга Вятской губернии	живописец-пейзажист
Васнецов Виктор Михайлович	1848–1926	с. Лопьял Вятской губернии	художник
Васнецов Аполлинарий Михайлович	1856–1933	с. Рябово Вятской губернии	художник, автор ряда трудов по теории искусства, истории, археологии
Лобовиков Сергей Александрович	1870–1941	с. Белая Глазовского уезда Вятской губернии	фотограф, почётный член фотографических обществ в России и за рубежом
Грин (Гриневский) Александр Степанович	1880–1932	г. Слободской Вятской губернии	писатель

По данным таблицы ответьте на вопросы:

- а) Где родился Пётр Ильич Чайковский? Назовите дату его рождения.
- б) Назовите имена вятских художников. Знаете ли вы их картины?
- в) О каком писателе есть информация в таблице? В каком городе он родился?



2. Подсчёты и вычисления в таблицах



Microsoft Excel – программа для работы с электронными таблицами, часть пакета Microsoft Office. Позволяет организовывать, анализировать и визуализировать данные.

Таблица в MS Excel – это прямоугольная область экранного листа программы, где данные организованы в строках и столбцах.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Наименование	Стоимость, руб.	Продажи (1 кв), шт.	Сумма, руб.
Стол компьютерный	11 990	25	299 750
Кресло рабочее	4 990	22	109 780
Монитор 24 LED	14 990	45	674 550
Системный блок	19 990	39	779 610
Мышь беспроводная	790	120	94 800
Клавиатура проводная	1 490	97	144 530

Below this table, there is another table with columns: Наименование, Стоимость, Продажи (2 кв), Сумма.

Наименование	Стоимость, руб.	Продажи (2 кв), шт.	Сумма, руб.
Стол компьютерный	11 990	26	311 740
Кресло рабочее	4 990	23	114 770
Монитор 24 LED	14 990	48	719 520
Системный блок	19 990	41	819 590
Мышь беспроводная	790	127	100 330
Клавиатура проводная	1 490	102	151 980

The formula bar shows: `=ИНДЕКС((A2:C7;A10:C15;A18:C23;A26:C31);4;3;2)` and the result `41` is shown in cell F2.

Рисунок 2. Пример таблицы MS Excel.

Задачи.

2.1. В таблице показано, сколько дней в месяц выпадали осадки в Кирове в течение года.



Осадки	Янв.	Фев.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.	Окт.	Нояб.	Дек.
Дождь	0	0	0	2	4	4	3	3	4	3	0	0
Солнечные дни	3	2	3	5	17	17	21	17	7	3	0	2

Пользуясь данными, представленными в таблице, найдите, сколько дней в Кирове было солнечно в летние месяцы. Сколько было пасмурных дней в сентябре? Во сколько раз солнечных дней в июле больше, чем в октябре?

2.2. В таблице представлены данные о времени восхода и захода солнца в Кирове с 26 сентября по 2 октября 2023 года.

Дата	Время восхода	Время захода
26.09.23	05:33	17:30
27.09.23	05:37	17:27
28.09.23	05:39	17:24
29.09.23	05:41	17:21
30.09.23	05:43	17:18
01.10.23	05:46	17:15
02.10.23	05:48	17:13

Источник: https://world-weather.ru/pogoda/russia/kirov_1/sunrise/?ysclid=ln00krnh85248755119

По данным таблицы определите долготу дня 26 и 27 сентября, 1 и 2 октября. Долгота дня (световой день) – время между восходом и заходом солнца. Ответ запишите в формате «ЧЧ ММ».

Сделайте выводы.

2.3. В таблице даны почтовые тарифы (в рублях) на стоимость отправки посылки из Кирова в Кирс (Кировская обл.) в зависимости от её массы.

Вид письма или посылки	Стоимость пересылки (в рублях) письма массой				
	0 – 100 г	1000–1500 г	1500–2000 г	2000 – 3000 г	3000 – 5000 г
Обычное	318	349	411	473	535
Ускоренное	334	444	528	604	671
Курьером	467	562	632	701	765

Источник: <https://www.pochta.ru/parcels?addressTo=31ed73ca-6927-4243-9618-36de284ab038&addressFrom=452a2ddf-88a1-4e35-8d8d-8635493768d4&weight=4000>

По данным таблицы ответьте на вопросы:

- Сколько рублей стоит пересылка ускоренной посылки массой 1700 г?
- Сколько рублей стоит пересылка обычной посылки массой 51 г?
- Сколько рублей стоит пересылка посылки курьером массой 3900 г?
- Фирме «Клевер» требуется отправить 2 обычные посылки весом 3,1 кг каждая, одно ускоренное письмо весом 100 г и 3 письма курьером, вес каждого 50 г. Сколько будет стоить такая услуга?

2.4. В таблице представлены районы города Кирова, их площадь и численность населения.

Районы	Площадь (кв. км)	Население (чел.)
Ленинский	37,96	211 292
Нововятский	34,04	48 665
Октябрьский	36,71	128 963
Первомайский	50,95	79 282

Источник: kirov.ginfo.ru

Найдите эти районы на карте города Кирова (см. карту в презентации).

Определите плотность населения в каждом районе (результат округлите до целых).

Примечание. Плотность населения – это отношение численности населения к площади территории. Этот показатель характеризует, сколько жителей приходится на 1 кв. км территории.

Сформулируйте выводы по результатам расчётов.

2.5. Заполните таблицу по следующему тексту.

Название ящера	Его размеры	Растительный/хищник
...

На выставке в Вятском палеонтологическом музее можно увидеть останки древнейших позвоночных животных пермского периода палеозойской эры (250-260 миллионов лет назад). Среди них: Суминия (обитала на деревьях, растительная, длина тела около 30 см, длина черепа 5-7 см), Эмеролетер (древняя парарептилия, длина тела 25-30 см, длина черепа около 5 см, хищник, вёл норный образ жизни), Котелцефалон (мелкий неспециализированный хищник, длина тела 40 см, длина черепа 12-14 см), Вяткогоргон (длина тела около 80 см, длина черепа 17 см, активный хищник, способен широко разевать пасть, чтобы охотиться на добычу крупнее его самого), Каренит (длина тела 40 см от носа до хвоста, длина черепа 7 см, питался небольшой рыбой, насекомыми, яйцами рептилий и других звероящеров), парейазавр Дельтаватия (достигал в длину до 2 метров, длина черепа 22 см, растительный, питался в неглубоких водоёмах, срезая и отцеживая мягкие водоросли), парейазавр Проелгиния (длина тела достигала 3 метров, длина черепа до 26 см, крупное растительное существо), Двинозавр (тело длиной до 1,5 метров, вытянутое, длина черепа 20-22 см, хищник).

Упорядочьте данные в таблице в порядке возрастания длины черепа ящеров. Определите во сколько раз длина черепа самого крупного ящера больше длины черепа самого маленького. Найдите отношение длины черепа каждого ящера к длине его тела. Сформулируйте выводы.



Домашнее задание.

В таблице время восхода и захода солнца в Кирове с 26 сентября по 2 октября 2023 года.

Дата	Время восхода	Время захода
26.09.23	05:33	17:30
27.09.23	05:37	17:27
28.09.23	05:39	17:24
29.09.23	05:41	17:21
30.09.23	05:43	17:18
01.10.23	05:46	17:15
02.10.23	05:48	17:13

Источник: https://world-weather.ru/pogoda/russia/kirov_1/sunrise/?ysclid=ln00krnh85248755119

а) По данным таблицы определите долготу ночи в Кирове 29 сентября 2023 года.

Примечание. Долгота ночи – продолжительность времени между наступлением темноты предыдущего дня и началом рассвета текущего. Ответ запишите в формате «ЧЧ ММ».

б) На сколько минут протяжённость ночи 2 октября длиннее, чем 27 сентября?

в) На сколько минут ежедневно увеличивается продолжительность ночи?

Сформулируйте выводы.

На сайте Вятского палеонтологического музея найдите, как выглядели ящеры, речь о которых идёт в задаче №5 классной работы.



3. Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы

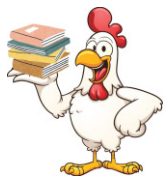
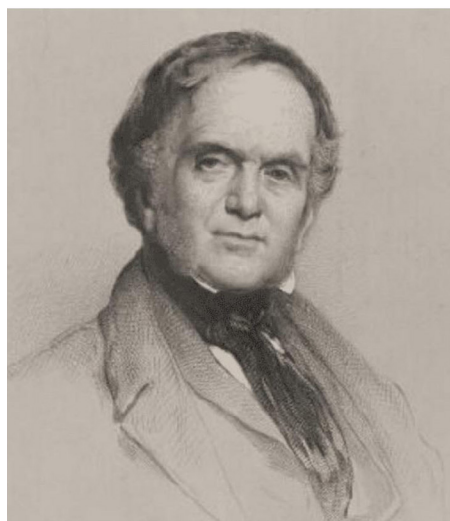


Диаграмма – это графическое представление данных линейными отрезками или геометрическими фигурами.

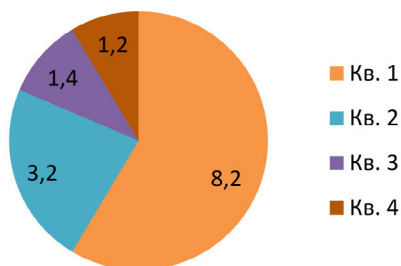
Уильям Плейфэр (1759–1823).

Шотландский инженер. Основатель графических методов статистики.

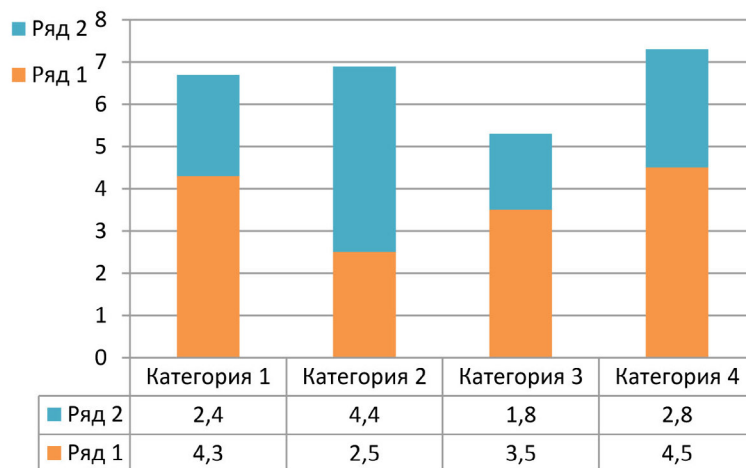
Первым придумал представлять информацию в виде графиков, геометрических фигур.



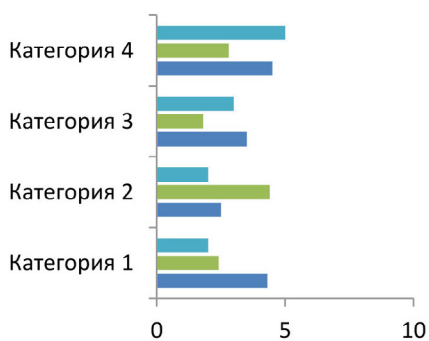
Виды диаграмм:



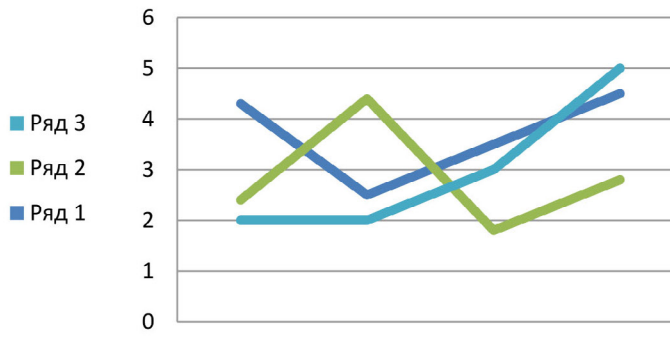
Круговая



Столбиковая



Столбиковая



График



Задачи.

3.1. Волонтерство в последние годы превратилось из увлечения отдельных групп в массовое движение, ставшее по-настоящему важным социальным явлением. Волонтером может стать любой человек. Всё, что для этого нужно – быть отзывчивым, равнодушным, доброжелательным и искренне хотеть помогать.

На диаграмме представлена структура населения, работающего в качестве волонтеров (данные по г. Кирову за 2024 г.) :

Распределение населения, работающего в качестве волонтеров, по видам выполняемых работ, в % к итогу



Источник 43.rosstat.gov.ru

Примечание. Социальные работы: помощь пожилым людям, детям, инвалидам или жертвам катастроф, приготовление и подача пищи, перевозка людей и другие.

а) По данным диаграммы определите, какую долю от общего числа работ составляют социальные работы (в %)?

б) Сколько процентов от общего числа работ приходится на организацию спортивных, культурных мероприятий и помощь животным?

в) Сколько примерно человек занимались благоустройством и очисткой территории?

3.2. 10 ноября – Всемирный день науки за мир и развитие. Всемирный день науки – профессиональный праздник работников, которые имеют отношение к научной деятельности, независимо от звания, занимаемой должности и выслуги лет. Этот день подчёркивает важность и актуальность науки в повседневной жизни.

В последние годы научная деятельность всё более популярна. Для привлечения молодёжи в науку разрабатываются новые меры поддержки, например, со-

здание молодёжных лабораторий. Более трети исследователей в Кировской области – это молодые учёные в возрасте до 39 лет.

Внимательно рассмотрите столбиковую диаграмму (данные на конец 2023 г.):



Источник 43.rosstat.gov.ru

а) Определите по диаграмме, какой процент от общего числа исследователей занимают люди в возрасте от 40 до 49 лет?

б) Какой процент от общего числа составляют исследователи младше 39 лет?

в) Определите примерную численность исследователей в возрасте до 29 лет (включительно), если на конец 2023 года в Кировской области численность специалистов, занятых выполнением исследований и разработок, составила 1,4 тыс. человек.

3.3. На диаграмме показана структура городов Кировской области по численности жителей:



а) Определите по диаграмме, какой город находится на втором месте по численности жителей?

б) Каков процент жителей среди этих городов проживает в Яранске?

в) Определите, какова численность населения Кирово-Чепецка, если численность Слободского 29148 человек.

г) Найдите эти города на карте Кировской области (см. презентацию). Какие факторы могут влиять на численность населения того или иного города?

3.4. В Кировской области в 2024 году 621,7 тыс. человек систематически занимались физической культурой и спортом. Среди детей и молодёжи в возрасте 3-29 лет систематически занимались физической культурой и спортом 296,2 тыс. человек, среди граждан 30-54(59) лет – 243,6 тыс. человек, среди граждан старшего возраста 55(60)-79 лет – 81,9 тыс. человек.

По этим данным заполните таблицу и постройте круговую диаграмму.

Возрастная группа	Численность, тыс. чел	Доля, %
3–29 лет	296,2	47,6
...
...
Итого	621,7	100,0

Источник: <https://emir.gov.ru/analytics/indicators/reports/ru-kir>

Сформулируйте выводы.

3.5. Кировстат опубликовал данные о состоянии дорожной сети в Приволжском федеральном округе по состоянию на конец 2022 года.



Источник: https://43.rosstat.gov.ru/news_resp/document/210910

По данным диаграммы мы видим статистику о доле дорог в Кировской области, не отвечающих нормативным требованиям (в %).

а) В каких областях похожая картина?

б) В каких областях этот показатель принимает наименьшие значения?

в) Определите по диаграмме, сколько примерно километров дорог в Кировской области с твёрдым покрытием?

г) Как вы думаете, можно ли сравнивать показатели о протяжённости дорог в километрах по разным областям?

3.6. По данным Кировстата, в 2024 году Кировская область – один из лидеров по производству молока в Приволжском федеральном округе (ПФО). Кировская область занимает 10-е место в России и 4-е место в ПФО по объёму производства молока, 3-е место в ПФО по надою на одну корову.

Лидеры среди районов – Кумёнский, Оричевский, Зуевский, Орловский и Советский.

Кировское молоко востребовано. Его поставляют и в другие регионы России. Оно становится основой для качественных, вкусных и полезных продуктов.

По данным таблицы постройте столбиковую диаграмму.

	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Надой молока на одну корову, кг	7161	7335	7798	8328	8487	8677	9039	9513

Источник : <http://statkirov.43.rosstat.gov.ru/dg/dg7/dbinet.cgi>

Сформулируйте выводы.

Какие молочные продукты из Кировской области вы выбираете чаще всего?

3.7. В таблице представлена информация о числе браков и разводов на 1000 человек населения в Кировской области.

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Число зарегистрированных браков (на 1000 человек населения), промилле	7,9	7,4	5,9	6	5,4	5,6	4,8	5,4	6,6	6,2
Число зарегистрированных разводов (на 1000 человек населения), промилле	5,1	4,2	4,2	4,3	4,1	4,2	4	4,5	4,5	4,7

Источник: <http://statkirov.43.rosstat.gov.ru/dg/dg6/dbinet.cgi>

Примечание: промилле – это 1/1000 часть числа.

а) По данным таблицы постройте диаграмму график.

б) По графику определите динамику изменения обоих показателей (увеличиваются, уменьшаются, не меняются).

в) В каком году было заключено больше всего браков, в каком году меньше всего?

г) Какой показатель выше в течение всего рассматриваемого периода (браки или разводы)?



Домашнее задание.

1. В Кировской области в 2024 г. наиболее популярными видами спорта и двигательной активности были:

№ п/п	Наименование вида спорта и двигательной активности	Численность занимающихся, человек	Доля занимающихся, %
1	Плавание	62368	
2	Фитнес-аэробика	25293	
3	Волейбол	20296	
4	Футбол	19937	
5	Лыжные гонки	14259	
	Итого		

Источник: <https://emir.gov.ru/analytics/indicators/reports/ru-kir>

По данным задачи заполните таблицу, постройте круговую диаграмму. Сформулируйте выводы.

2. По данным Кировстата на конец 2020 года в нашем регионе выполняли исследования и занимались разработками 25 организаций.

Из 589 исследователей – 53 доктора наук, 152 кандидата наук, 273 аспиранта, 111 прочие.

Постройте круговую диаграмму по этим данным. Сформулируйте выводы.

Источник : <https://ok.ru/group59429272617045/topic/153794019328853>

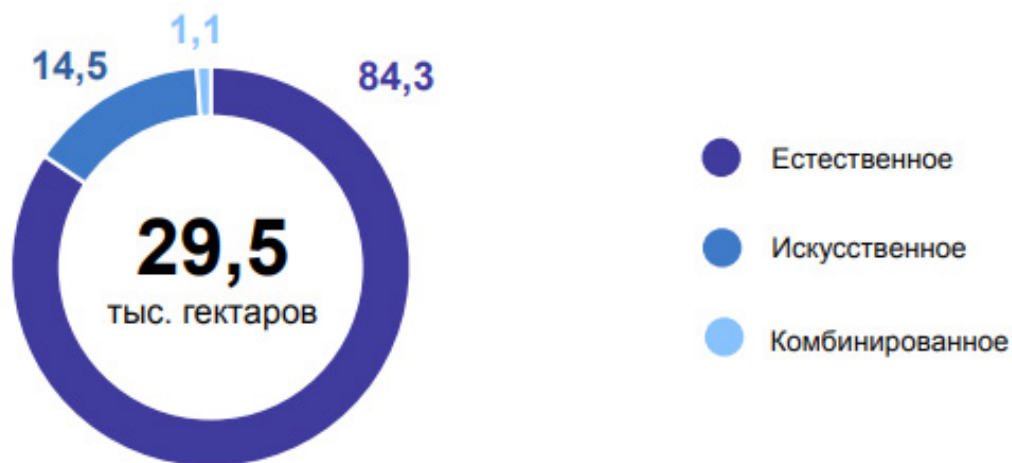
3. Лес – богатство и краса, береги свои леса!

В Кировской области лес – самое большое природное богатство, залог экологической безопасности. Земли, покрытые лесной растительностью, занимают

7,4 млн. гектаров или 62% площади земельного фонда области. Одним из направлений охраны лесов является воспроизводство лесов, осуществляемое путём лесовосстановления и ухода за лесами. Работы проводятся в целях создания новых лесов, содействия естественному лесовосстановлению, создания благоприятных условий для роста деревьев и улучшения состава древесных пород.

Рассмотрите внимательно диаграмму, характеризующую структуру лесовосстановительных мероприятий, проводимых в Кировской области в 2023 году:

Структура лесовосстановительных мероприятий, в % к итогу



Источник <https://43.rosstat.gov.ru>

Найдите в интернете информацию о том, что такое естественное, искусственное и комбинированное восстановление лесов.

По диаграмме вычислите, сколько тысяч гектаров было восстановлено естественным путём, а сколько искусственным.

Определите, во сколько раз площадь лесов, восстановленная естественными мероприятиями, превышает площадь, восстановленную искусственно.



4. Возрастно-половые диаграммы



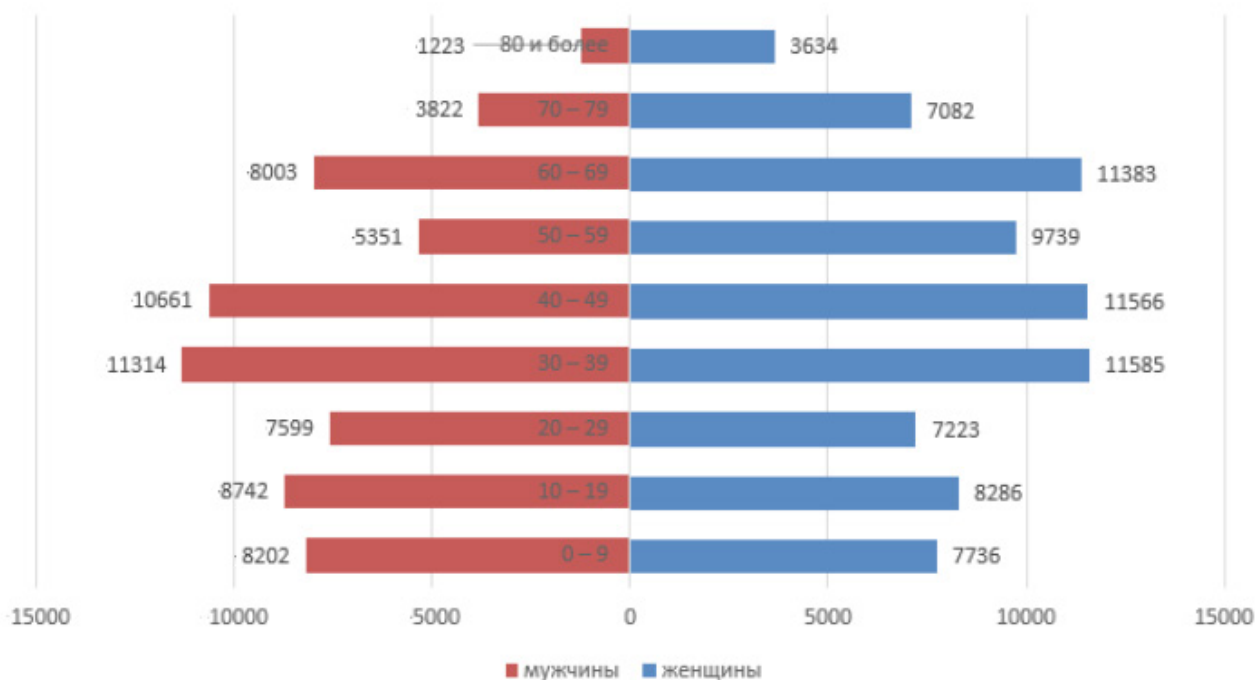
Возрастно-половая диаграмма – двусторонняя линейчатая диаграмма распределения населения по возрасту, причём с одной стороны графика изображается женское население, а с другой стороны – мужское.

Задачи.

4.1. Возрастно-половая диаграмма России на 1 января 2024 г. представлена ниже:



Возрастно-половая пирамида населения РФ по возрастным группам на 1 января 2024 г., численность населения 146151 тыс. чел.



Источник: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Wum_Man_01-2024.xlsx

Возраст, лет	0–9	10–19	20–29	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80 и более
Год рождения	2014–2023	2004–2013	1994–2003	1984–1993	1974–1983	1964–1973	1954–1963	1944–1953	1934–1943

Примечание. В среднем в мире ежегодно на 100 девочек рождается примерно 105 мальчиков, то есть примерно 51,2% новорождённых – мальчики.

а) Какую информацию можно получить, анализируя данные возрастно-половой диаграммы населения России на 1 января 2024 г.? Проанализируйте изгибы на диаграмме. С чем могут быть связаны провалы и пики рождаемости населения в те или иные годы?

б) Какими историческими событиями вызван резкий провал в рождаемости населения от 70 и более лет (смотрите годы рождения этих людей)?

в) Меньшая волна (спад рождаемости) прослеживается у людей, родившихся в 1964-1973 гг. (их возраст сейчас 50–59 лет). Какие причины её вызвали?

г) Почему численность населения 20–30 лет значительно ниже численности населения 30–40 лет?

4.2. По возрастно-половой диаграмме России на 1 января 2024 г. определите:

а) Сравните численность мужчин и женщин в возрастной группе 20–29 лет.

б) Во сколько раз численность женщин больше, чем мужчин, в возрастной группе 70–79 лет?

в) В каком возрасте число женщин начинает преобладать над числом мужчин значительно? Назовите причины.

4.3. По данным таблицы постройте возрастно-половую диаграмму (значения численности мужчин в MS Excel нужно сделать отрицательными). Сформулируйте выводы.

Распределение населения по основным возрастным группам по Кировской области на 1 января 2024 года¹⁾

	Человек			В % к итогу		
	оба пола	мужчины	женщины	оба пола	мужчины	женщины
Все население	1129935	515332	614603	100	100	100
из общей численности населения в возрасте:						
моложе трудоспособного	191725	98073	93652	17,0	19,0	15,2
трудоспособном	614414	320227	294187	54,4	62,1	47,9
старше трудоспособного	323796	97032	226764	28,7	18,8	36,9

¹⁾ Незначительные расхождения между итогом и суммой слагаемых объясняется округлением данных.

Примечание. Лица моложе трудоспособного возраста – 0–15 лет, лица трудоспособного возраста – 16–54 (59 для мужчин) лет, лица старше трудоспособного возраста – 55 (60) лет и старше. В настоящее время идёт поэтапное увеличение пенсионного возраста. В 2028 г. пенсионный возраст будет увеличен.

Источник: [https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Распределение%20населения%20по%20основным%20возрастным%20группам\(2\).htm](https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Распределение%20населения%20по%20основным%20возрастным%20группам(2).htm)

4.4. По данным таблицы постройте возрастно-половую диаграмму населения Кировской области (значения численности мужчин в MS Excel нужно сделать отрицательными). Сформулируйте выводы.

Возраст (лет)	Год рождения	Все население		
		Оба пола	Мужчины	Женщины
0-4	2019-2023	44178	22668	21510
5-9	2014-2018	66832	34105	32727
10-14	2009-2013	67865	34809	33056
15-19	2004-2008	57599	29154	28445
20-24	1999-2003	45646	23366	22280
25-29	1994-1998	42664	22039	20625
30-34	1989-1993	64747	32670	32077
35-39	1984-1988	92485	46163	46322
40-44	1979-1983	91504	44901	46603
45-49	1974-1978	83965	40043	43922
50-54	1969-1973	72047	33673	38374
55-59	1964-1968	70364	31448	38916
60-64	1959-1963	94725	40682	54043
65-69	1954-1958	92813	36404	56409
70-74	1949-1953	69067	24490	44577
75-79	1944-1948	31622	10069	21553
80-84	1939-1943	20866	4754	16112
85-89	1934-1938	15244	2984	12260
90-94	1929-1933	4784	771	4013
95-99	1924-1928	852	128	724
100 и старше	1923	66	11	55

Источник: <https://43.rosstat.gov.ru/>

4.5. По данным таблицы постройте возрастно-половую диаграмму Кировской области на 1 января 1945 г. Сформулируйте выводы.

Распределение сельского населения по полу и возрасту на 1 января 1945 г. (данные по РСФСР и Волго-Вятскому региону), в %

Возр. группа	РСФСР		Горьковская обл.		Кировская обл.		Марийская АССР		Мордовская АССР		Чувашская АССР	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
0-13	49,2	50,8	49,3	50,7	48,6	51,4	48,3	51,7	48,7	51,3	49,5	50,5
14-15	47,1	52,9	43,5	56,5	47,0	53,0	44,6	55,4	45,7	54,3	48,3	51,7
16-17	38,9	61,1	37,3	62,7	39,0	61,0	35,9	64,1	38,2	61,8	39,9	60,1
18-24	20,2	79,8	20,0	80,0	20,8	79,2	19,6	80,4	20,1	79,9	18,7	81,3
25-49	19,5	80,5	18,9	81,1	16,6	83,4	16,9	83,1	17,8	82,2	18,1	81,9
50-54	30,7	69,3	30,1	69,9	27,8	72,2	29,7	70,3	28,7	71,3	30,9	69,1
55 и старше	33,9	66,1	35,2	64,8	33,4	66,6	35,2	64,8	33,8	66,2	36,5	63,5
Всего	36,2	63,8	35,7	64,3	35,2	64,8	35,7	64,3	35,4	64,6	36,7	63,3

Источник: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/120058/1/978-5-94646-666-0_021.pdf



Домашнее задание.

1. По возрастно-половой диаграмме России на 1 января 2024 г. определите, с какого возраста увеличивается мужская смертность? Во сколько раз женщин больше, чем мужчин, в возрастной группе 60-69 лет?
2. По данным таблицы постройте возрастно-половую диаграмму (значения численности мужчин в MS Excel нужно сделать отрицательными).

Распределение населения по основным возрастным группам по Кировской области на 1 января 2020 года

	Человек			В % к итогу		
	оба пола	мужчины	женщины	оба пола	мужчины	женщины
Все население	1262402	581425	680977	100	100	100
из общей численности населения в возрасте:						
моложе трудоспособного	229967	117878	112089	18,2	20,3	16,5
трудоспособном	667388	355220	312168	52,9	61,1	45,8
старше трудоспособного	365047	108327	256720	28,9	18,6	37,7

Источник:

<https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/zBG0psZC/Распределение%20населения%20по%20основным%20возрастным%20группам.htm>

Сформулируйте выводы.



Контрольная работа №1

1. В таблице – время восхода и захода солнца в Кирове с 1 апреля по 7 апреля 2023 года.



Дата	Время восхода	Время захода
01.04.23	05:09	18:21
02.04.23	05:06	18:23
03.04.23	05:03	18:26

04.04.23	05:00	18:28
05.04.23	04:57	18:30
06.04.23	04:54	18:32
07.04.23	04:51	18:35

По данным таблицы определите долготу дня в Кирове 1 и 2 апреля 2023 года, 6 и 7 апреля 2023 года. Долгота дня (световой день) – время между восходом и заходом солнца. Ответ запишите в формате «3 ч 23 мин». Сделайте выводы.

2. Закончите предложения:

Статистика – это...

Вероятность – это ...

Основатель графических методов статистики ...

Виды диаграмм: ...

3. В таблице представлена средняя заработная плата по категориям персонала Кировской области в 2023 г.

Категории работников	Всего (руб.)
Научные сотрудники	83055
Преподаватели высших образовательных организаций	79706
Врачи и работники с высшим образованием	68262
Работники учреждений культуры	37845
Средний медицинский персонал	37505

Источник: [https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/ZP\(9\).htm](https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/ZP(9).htm)

Чья заработная плата составляет 79706 руб.?

Какова средняя заработная плата у врачей и работников с высшим образованием?

Во сколько раз средняя заработная плата врачей и работников с высшим образованием выше средней заработной платы работников учреждений культуры?

На сколько процентов заработная плата научных сотрудников выше заработной платы преподавателей высших образовательных организаций?

4. В таблице даны почтовые тарифы (в рублях) на стоимость отправки посылки из Кирова в Кирс (Кировская обл.) в зависимости от его массы.

Вид посылки	Стоимость пересылки (в рублях) письма массой				
	0-100 г	1000 –1500 г	1501–2000 г	2001–3000 г	3001 – 5000 г
Обычное	318	349	411	473	535

Ускоренное	234	444	528	604	671
Курьером	467	562	632	701	765

Источник: <https://www.pochta.ru/parcels?addressTo=31ed73ca-6927-4243-9618-36de284ab038&addressFrom=452a2ddf-88a1-4e35-8d8d-8635493768d4&weight=4000>

У вас есть три посылки, которые необходимо отправить тремя разными способами. Вес каждой посылки 1835 граммов. Сколько это будет стоить?

Компании «N» требуется отправить три обычные посылки весом 2 кг, два ускоренных письма весом 1 кг, одну посылку курьером весом 60 г, сколько будет стоить такая услуга?

5. В таблице представлены реки и их длина (в пределах Кировской области).

Река	Длина (км)
Вятка	1250
Кама	551
Кобра	205
Луза	210
Молома	419
Пижма	220
Чепца	200

Длина какой реки составляет 419 км?

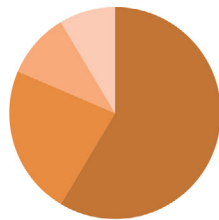
Какая длина у реки Камы в пределах Кировской области?

На сколько длина реки Вятки больше длины реки Камы?

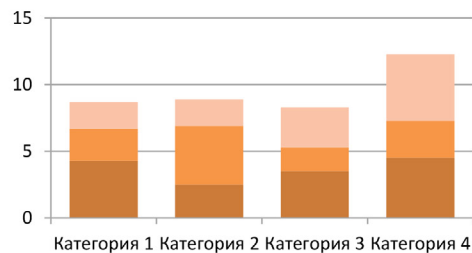
Во сколько раз длина реки Моломы больше реки Чепцы? Ответ округлите.

6. Напишите названия диаграмм.

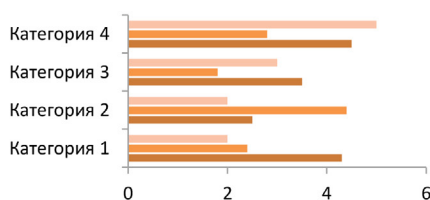
1.



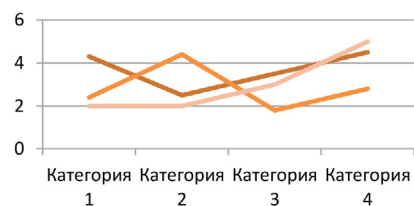
2.



3.

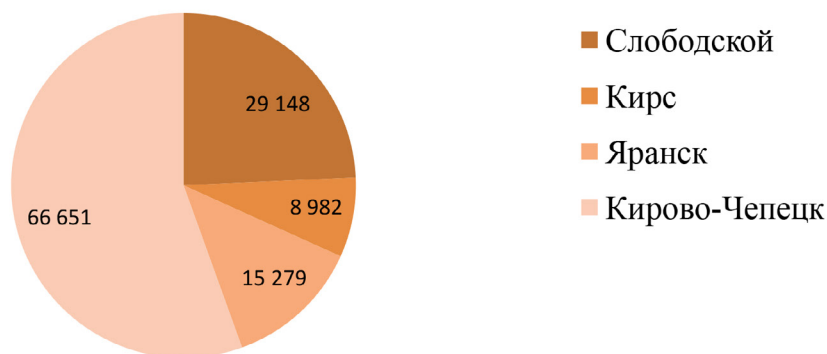


4.



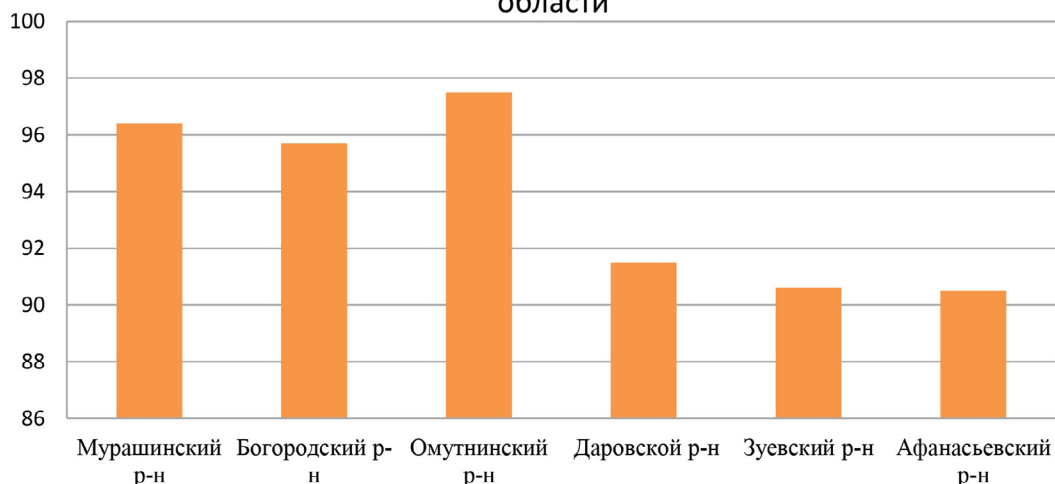
7. Определите по диаграмме, какой процент (или какую часть) составляет численность жителей городов Слободского и Кирса вместе от общей численности этих 4-х городов? Вычислите этот процент точно (округлите результат до десятых). Сравните значения, которые были сделаны «на глаз» по диаграмме и вычисленные. Сформулируйте выводы.

Секторная диаграмма городов Кировской области по численности жителей, человек



8. По данным Кировстата по состоянию на конец 2020 года самые плохие дороги находятся в Омутнинском, Мурашинском, Даровском, Зуевском, Афанасьевском районах и Богородском городском округе. По диаграмме определите, какие три района имеют самые плохие дороги? Определите примерно долю дорог в процентах каждого района, не отвечающих нормативным требованиям.

Доля дорог, не отвечающих нормативным требованиям в самых неблагополучных по этому показателю районах Кировской области



Источник: <https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/gHGGbha5/Дороги%20Кировская%20область.pdf>

9. В таблице указаны цены на салаты (за 500 г) в 2015–2019 гг.

Салат	2015	2016	2017	2018	2019
Оливье	305	310	313	325	340
Селёдка под шубой	149	155	153	153	157

Постройте столбиковую диаграмму цены салатов.

Определите, сколько порций салата «Оливье» можно было купить на 2000 рублей в 2018 году?

Укажите верное утверждение:

1) Порция салата «Селёдка под шубой» в 2016 году по сравнению с 2015 годом стала дороже на 5 рублей.

2) В 2015 году салат «Селёдка под шубой» был в 2 раза дешевле салата «Оливье».

3) Стоимость салата «Селёдка под шубой» в 2018 году по сравнению с 2017 годом не изменилась.

4) Салат «Оливье» в 2019 году по сравнению с 2017 годом подорожал на 17 рублей.

10. В таблице указаны показатели естественного движения населения в Кирове с января по ноябрь 2021 года.

Естественное движение населения	Количество человек
Рождаемость	9 450
Смертность	22 283
Естественный прирост	
Число браков	5 751
Разводимость	4 842

Посчитайте, сколько составляет естественная убыль населения (естественный прирост численности населения – это разница между числом родившихся за период и числом умерших за этот же период).

По данным таблицы постройте столбчатую диаграмму. Сформулируйте выводы.



2

ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

- 5. Среднее арифметическое
 - 6. Размах, медиана, мода
 - 7. Обозначения в статистике.
- Свойства среднего арифметического



Уже в российской истории Кирову трижды пытались вернуть историческое название Вятка. Но каждый раз решительное «нет» высказывали сами жители.

5. Среднее арифметическое



Средним арифметическим числового массива называется отношение суммы всех чисел к их количеству.

Среднее арифметическое хорошо описывает однородные массивы данных, то есть массивы, в которых величины имеют один и тот же смысл, и нет значений, которые сильно отличаются от большинства.

$$\frac{23 + 18 + 25 + 20 + 25 + 25 + 32 + 37 + 34 + 26 + 34 + 25}{12} = \frac{324}{12} = 27.$$

Число 27, полученное в результате, называется средним арифметическим рассматриваемого ряда чисел.

Задачи.

В таблице представлены данные о ценах на продукцию Булочно-кондитерского комбината города Кирова (БКК).



Продукция	Цена, руб.
Сушка Малютка	50
Баранки сдобные	55
Баранки Вятские	57
Пряники сахарные с клюквой	70

Вычислите среднюю арифметическую цену продуктов.

5.2. Внесите в таблицу данные о себе и ещё шестерых одноклассниках:

Фамилия Имя	Рост
...	...

По данным таблицы:

- Определите средний рост. Есть ли человек с таким ростом в вашем классе?
- Выпишите наибольшее и наименьшее значения роста из таблицы.
- На сколько сантиметров наибольшее и наименьшее значения роста больше (меньше) среднего значения?
- Постройте столбиковую диаграмму по данным таблицы. Проведите горизонтальную прямую, соответствующую среднему значению роста.

5.3. В таблице указаны среднемесячные температуры в летние месяцы.

Год	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
июнь	13,7	14,4	15,8	15,3	19,9	16,1	14,1
июль	17,6	20,6	16,0	20,5	19,2	20,0	18,7
август	17,1	16,6	13,4	15,1	18,8	20,0	17,4

Источник: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/27199.htm>

По данным таблицы:

- Вычислите средние температуры лета за каждый год.
- Вычислите среднюю температуру в каждом месяце за период с 2017 по 2023 год. Ответ округлите до целых.
- Сравните наибольшее и наименьшее значения со средним арифметическим.
- Подумайте, можно ли сделать достоверные выводы, опираясь на средние арифметические данных наборов, и объясните почему.

Примечание. Результаты расчётов записывайте в таблицу:

Год	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	Итого	Среднее за месяц
июнь	13,7	14,4	15,8	15,3	19,9	16,1	14,1		
июль	17,6	20,6	16,0	20,5	19,2	20,0	18,7		
август	17,1	16,6	13,4	15,1	18,8	20,0	17,4		
Итого								x	x
Среднее за год								x	x

5.4. В таблице представлены данные о численности населения районов Кировской области в 1990 г. и в 2020 г.

Год / Район	Яранский	Слободской	Советский	Уржумский
1990	37 421	38 451	36 458	38 935
2020	22 154	30 066	23 917	22 611

- Найдите среднюю численность населения за 1990 год по представленным районам. Какой район ближе всего по численности населения к среднему арифметическому значению? Выполните аналогичные действия по данным 2020 года.
 - На сколько человек изменилась средняя численность населения по данным районам в 2020 г. по сравнению с 1990 г.?
 - На сколько процентов изменилась средняя численность по данным районам в 2020 г. по сравнению с 1990 г.? Ответ округлите до целых.
- Сформулируйте выводы.

Результаты расчётов записывайте в таблицу:

Год / Район	Яранский	Слободской	Советский	Уржумский	Итого	Среднее
1990	37 421	38 451	36 458	38 935		
2020	22 154	30 066	23 917	22 611		
Отклонение от среднего значения в 1990 г.					x	x
Отклонение от среднего значения в 2020 г.					x	x

5.5. Заполните таблицу по данным учащихся вашего класса.

Количество детей в семье, чел	Вычисления (ставим палочки «/» и считаем их количество)	Итого учащихся в этой группе
1	///	
2		
3		
4		
...		

Исходя из полученных данных, постройте столбчатую диаграмму по числу детей в семье. Найдите среднее число детей в семьях класса. Сформулируйте выводы.

5.6. На некотором предприятии г. Кирова трудятся 10 рабочих с месячной заработной платой 80 тыс. рублей каждый, уборщица с месячной заработной платой 40 тыс. рублей, бухгалтер с зарплатой 50 тыс. рублей и генеральный директор с заработной платой 300 тыс. руб. Вычислите среднюю заработную плату работников предприятия. Может ли этот показатель в данном случае характеризовать в целом уровень заработной платы всех работников предприятия? Объясните почему? Что нужно сделать, чтобы вычисленная средняя величина хорошо отражала средний уровень заработных плат работников?



Домашнее задание.

1. Найдите для каждого числового набора из первого столбика соответствующее ему среднее арифметическое из второго столбика.

Числовой набор	Среднее арифметическое
1) 3;8	А) 9
2) 10;15;20	Б) 4

3) 5;7;11;13	В) 5,5
4) 16; 32	Г) 21
5) 9; 27	Д) 24
6) 2;4;6	Е) 15
7) 12;18;24;30	Ж) 18

Результаты расчётов записывайте в таблицу:

Числовой набор	1) 3;8	2) 10;15;20	3) 5;7;11;13	4) 16; 32	5) 9; 27	6) 2;4;6	7) 12;18;24;30
Сумма							
Среднее							
Буква ответа							

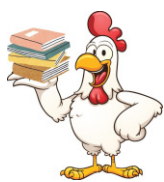
2. Машенька собралась с подружками в лес за грибами и ягодами. Она зашла в магазин «Народные промыслы Вятки», чтобы выбрать себе корзину из лозы. Машеньке понравились 5 корзин, цены на которые указаны в таблице:

Размер корзины	Цена, руб.
Очень маленькая	360
Маленькая	780
Средняя	1100
Большая	2100
Огромная	5200

Маша купила 3 корзины: очень маленькую, маленькую и среднюю. Сколько всего она заплатила за покупку? Какова средняя цена трёх корзин, которые она купила? Определите среднюю цену всех пяти корзин. Вычислите, на сколько рублей самая маленькая и самая большая корзины дешевле (дороже) среднего значения? Может ли в этом случае средняя цена пяти корзин быть хорошей обобщающей характеристикой цен на корзины?



6. Размах, Медиана, Мода



Размах числового массива – это разность между наибольшим и наименьшим значениями. Когда в числовом массиве встречаются выбросы, то есть одно или несколько чисел больше или намного меньше всех остальных (размах принимает большие значения), средняя арифметическая плохо представляет этот массив в целом. В этом случае в качестве центральной меры массива используют медиану или моду.

Медиана (от лат. *mediāna* – «средняя», «середина») – это число, которое стоит по середине упорядоченного (по возрастанию или убыванию) массива чисел.

Если чисел четное число, то **медианой** будет среднее арифметическое двух чисел, записанных по середине.

Мода (от лат. *modus* — «мера», «способ»)– число, которое встречается в данном массиве чисел чаще других.

Задачи.

6.1. В таблице представлен рейтинг районов/округов участников Всероссийского исторического кроссворда в 2023 г.:



Наименование района/округа	Количество участников, чел.
Вятскополянский	82
Верхнекамский	80
Слободской	60
Котельничский	50
Советский	40
Кумёнский	30
Г. Киров	30
Унинский	15
Шабалинский	10

Источник https://herzenlib.ru/main/doc/publish/2024_vyatskii_krai.pdf

По данным таблицы определите размах, медианное значение числа участников. Сформулируйте вывод.

6.2. В таблице указаны населённые пункты Кировской области и год их основания.

Населённый пункт	Киров	Яранск	Белая Холуница	Омутнинск	Кирс
Год основания	1374	1584	1764	1773	1729

Вычислите медиану годов основания населенных пунктов.

Перечислите те населённые пункты, которые появились раньше и позже медианного года.

6.3. Любовь измерила высоту пятнадцати различных дымковских игрушек и получила отличные друг от друга значения. Как изменится медиана, если:

- наименьшая высота уменьшится в 3 раза?
- наибольшая высота увеличится в 2 раза?
- наибольшая и наименьшая высота игрушек увеличатся на 5 см?
- все дымковские игрушки увеличить на 2 см?

6.4. Ученик Всеволод в течение первой четверти получил следующие оценки по вероятности и статистике: 3, 5, 3, 3, 4, 3, 5, 3, 4, 3, 5. Найдите размах, средний балл, медиану и моду оценок ученика. На сколько отличается медиана от среднего балла?

6.5. В таблице указана выручка предприятий в Кировской области в 2024 г.

Предприятие	Выручка (млрд. руб.)
ООО «Альфастрой»	67
ЗАО «Кировмолкомбинат»	8
ООО «Газпром межрегионгаз Киров»	23
АО «Лепсе»	10
ООО «Чепецкнефтепродукт»	12
АО «КМ»	10
АО «КЗОЦМ»	20
ООО «РОКСЭТ-С»	11
ООО «Вятский фанерный комбинат»	10

По данным таблицы:

- Вычислите размах признака «выручка предприятий».
- Оцените, рационально ли вычислять среднее значение?
- Какая характеристика ряда будет лучше представлять совокупность в целом? Определите значение этого показателя.
- Сформулируйте выводы.

6.6. По данным задачи 5.6. определите медианное значение заработной платы. Будет ли это значение хорошей центральной характеристикой заработных плат сотрудников организации в целом? Сформулируйте вывод.

6.7. В таблице указано количество парков в населённых пунктах Кировской области.

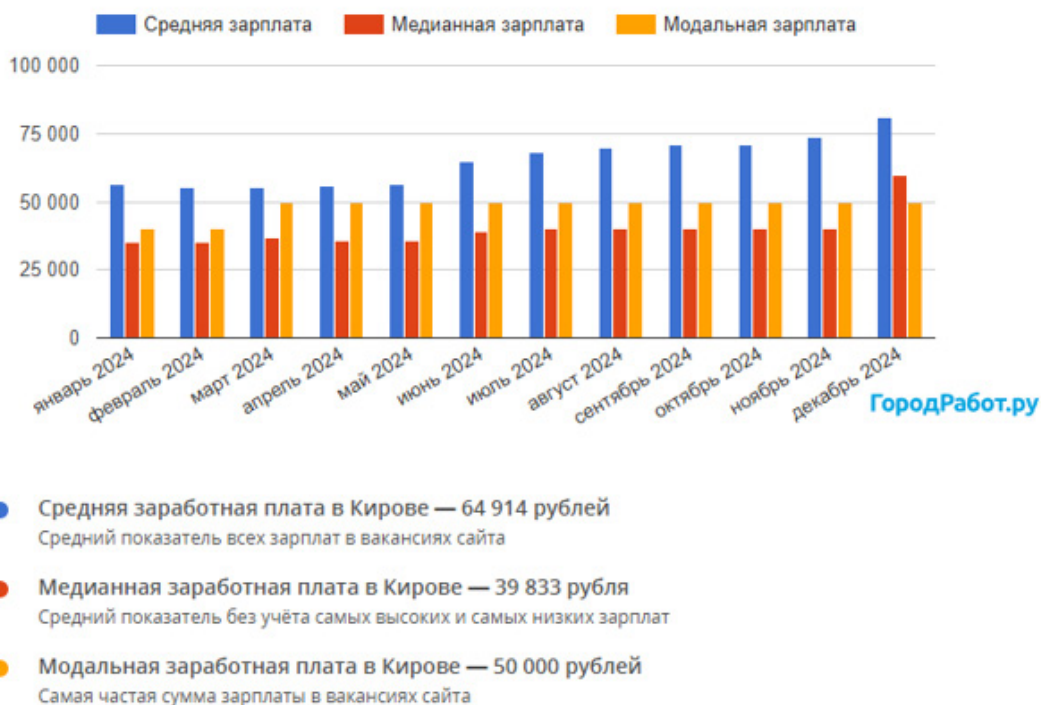
Населённый пункт	Количество парков	Населённый пункт	Количество парков
Киров	55	Котельнич	3
Омутнинск	2	Яранск	7
Вятские Поляны	2	Малмыж	4
Слободской	6	Нолинск	1
Кирс	3	Советск	2

Найдите размах признака «количество парков». Целесообразно ли в данном случае рассчитывать среднее арифметическое значение количества парков?

Найдите медиану числового ряда.

Сделайте выводы.

6.8. На диаграмме представлены данные о заработной плате в Кирове за период с января по декабрь 2024 г.



Источник: <https://kirov.gorodrabot.ru/salaries?y=2024>

Рассмотрите внимательно данные на диаграмме. Предположите, почему средняя заработная плата значительно выше медианного и модального значений?



Домашнее задание.

1. На Всероссийских соревнованиях по лёгкой атлетике «Русская метелица» в Кирове, в манеже «Вересники», на дистанции 200 метров пять девушек в возрасте 16 лет показали следующие результаты:

Участник	Дата рождения	Время, секунд
1	05.03.2010	26,06
2	13.10.2009	26,67
3	09.12.2009	27,12
4	05.06.2009	27,64
5	26.10.2010	27,83

Вычислите размах и медианное значение времени участников. Сформулируйте вывод.

2. Четыре подружки измеряли в течение пяти дней, сколько минут у них занимает дорога на общественном транспорте от дома до университета.

Результаты измерения представлены в таблице:

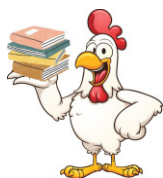
	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Алина	10	8	12	25	10
Рита	16	15	18	32	16
Соня	15	18	19	28	16
Яна	13	15	14	21	15

Найдите медиану времени, которое каждая из них тратит на дорогу.

Есть ли тут выбивающиеся значения? Как вы думаете, чем их можно объяснить?



7. Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического



Данные в статистических массивах часто приходится обозначать буквами. Для этого обычно используют одну и ту же букву с **индексами-номера**ми.

Можно рассмотреть набор X , в котором пять чисел: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

Для наименьшего значения набора обычно используют обозначение x_{\min} .

Для наибольшего значения набора обычно используют обозначение x_{\max} .

Среднее арифметическое чисел набора принято обозначать \bar{x} .

Свойства среднего арифметического:

Свойство 1⁰. Если каждое число набора увеличить (уменьшить) на одно и то же число a , то среднее арифметическое набора увеличится (уменьшится) на это же число a .

Свойство 2⁰. Если каждое число набора умножить на одно и то же число b , то среднее арифметическое набора также умножится на число b .

Задачи.

7.1. 43 номер региона, 7 холмов, 650 лет, 4 района, 120374 кв. км, 475871 человек, 1374 год.



Дан числовой набор X , состоящий из чисел 43, 7, 650, 4, 120374, 475871, 1374.

а) чему равно x_2 в этом наборе?

б) чему равно x_5 в этом наборе?

7.2. Сначала все числа числового набора X умножили на 3, затем к каждому получившемуся числу прибавили 8.

Найдите среднее арифметическое получившегося набора, если среднее арифметическое набора X равно:

а) 2; б) -4; в) 5,2; г) -9,1.

7.3. Средняя зарплата школьного учителя в Кировской области 41490 рублей. С Нового года зарплату всем сотрудникам проиндексировали (повысили) на 4%. Других изменений не было.

Найдите среднюю зарплату после индексации.

7.4. Среднее арифметическое числового набора Y равняется 4. Найдите среднее арифметическое числового набора, который получится, если все числа набора Y :

- а) умножить на 5; в) разделить на 4;
 б) умножить на 3,5; г) разделить на 2,5.



Домашнее задание.

1. Средняя зарплата стоматолога в Кировской области 45950 рублей. С 1 сентября зарплату всем сотрудникам проиндексировали (повысили) на 8%. Других изменений не было. Найдите среднюю зарплату после индексации.

2. Ответьте на вопросы:

- а) Как обозначается среднее арифметическое, наибольшее и наименьшее значения?
 б) Сформулируйте свойства среднего арифметического, приведите примеры.



Контрольная работа №2



1. Дайте определения:

- 1) Среднее арифметическое числового набора – это...?
- 2) Медиана числового набора – это ...?
- 3) Размах числового ряда – это...?

2. В таблице показана стоимость (в рублях) парикмахерских услуг в салоне «Прядки в порядке».

Услуга	Мужская	Женская	Детская (до 12 лет)
Пилинг кожи головы	150	150	-
Подравнивание чёлки	150	150	150
Мытьё и сушка волос	199	299	-
Укладка	350	650	-
Художественная стрижка волос	350	350	350
Подравнивание кончиков волос	-	250	250

Определите среднее арифметическое и медиану стоимости всех женских услуг. Ответ округлите до десятых.

3. В таблице показана средняя зарплата дизайнеров в Кировской области.

Профессия	Зарплата в месяц	Профессия	Зарплата в месяц
Гейм-дизайнер	49990	Веб-дизайнер	40140
Дизайнер интерьера	44520	Дизайнер мебели	39820
3D-дизайнер	41570	Дизайнер одежды	39410
Иллюстратор	39000	Графический дизайнер	37530

Найдите наибольшее и наименьшее значение, размах, среднее арифметическое и медианное значения заработной платы работников.

4. В таблице указаны сведения о численности населения в районных центрах Кировской области по годам.

Населённый пункт	2018 год	2019 год	2020 год	2021 год
Котельнич	23 682	23 244	22 882	20 144
Кирс	9 453	9 271	9 152	8 520
Омутнинск	22 009	21 844	21 633	19 629
Яранск	15 985	15 752	15 475	14 284
Кумёны	4 738	4 651	4 518	4 227
Советск	39 752	39 150	38 963	38 910
Вятские Поляны	32 562	32 108	31 873	29 742

По данным таблицы определите:

а) Самый крупный и самый маленький по числу жителей в 2021 году населённый пункт.

б) Среднее арифметическое и медианное число жителей в городе Кирсе за рассматриваемый период.

5. В таблице указаны сведения о площади населённых пунктов Кировской области.

Населённый пункт	Площадь (кв. км)	Населённый пункт	Площадь (кв. км)
Вятские Поляны	28,34	Котельнич	29,20
Зуевка	40,00	Белая Холуница	12,00

Кирово-Чепецк	53,36	Советск	26,38
Слободской	49,60	Яранск	18,00

Найдите размах, медиану, наибольшее и наименьшее значение площади городов.

6. Дано два ряда чисел:

358,6; 254,5; 168,7; 315,9; 407,1; 333,3;

915,4; 895,6; 799,7; 815,2; 747,4; 701,9;

Найдите среднее арифметическое (округлите до сотых), медиану и размах каждого ряда.

Сравните значения среднего арифметического, медианы и размаха первого и второго рядов.

7. Напишите свойства среднего арифметического. Приведите пример к каждому свойству.

8. Среднее арифметическое числового набора Y равняется 37. Найдите среднее арифметическое числового набора, который получится, если все числа набора Y : а) умножить на число 1,5; б) разделить на число 5; в) умножить на число -3 .

9. В таблице указаны сведения о температуре в декабре 2022 г. в Кирове.

День	01.12.	02.12.	03.12.	04.12.	05.12.	06.12.	07.12.
Температура днём, °С	-7	-13	-1,5	-14	-14	-13	-10

По данным таблицы:

а) Найдите наибольшее значение, размах, среднее арифметическое и медиану температуры днём. Среднее арифметическое округлите до целых.

б) Найдите явно ошибочное значение температуры днём. Как оно могло получиться?

в) Исключите ошибочное значение и найдите наибольшее значение температуры, размах, медиану и моду после исключения ошибки.

г) На сколько градусов изменился размах после исключения ошибки?



3

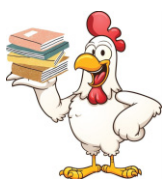
СЛУЧАЙНАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ

- 8. Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений.
- 9. Тенденции и случайные отклонения.
- 10. Частоты значений в массиве данных
- 11. Группировка данных и гистограммы
- 12. Выборка. Статистическая устойчивость и оценки с помощью выборки



Кировская область – единственный субъект РФ, граничащий с девятью другими регионами: Пермским краем, Удмуртской республикой, Республикой Коми, Архангельской, Вологодской, Костромской, Нижегородской областями, а также с республиками Марий Эл и Татарстан.

8. Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений



Случайная изменчивость – это неустойчивость величины, связанная с действием случайных факторов или причин, часть из которых может быть неизвестна.

В природе неизменные величины встречаются очень редко. Большинство величин подвержены случайной изменчивости.

Примеры случайной изменчивости:

- урожайность;
- колебания напряжения в бытовых электрических сетях;
- параметры продукции при массовом производстве;
- рост человека.

Часто измерения и расчёты невозможно выполнить абсолютно точно, поэтому возникают **погрешности**.

Погрешность – случайное отклонение от истинного значения.

Главный источник погрешности – изменчивость измеряемой величины.

Измерительный инструмент также обладает погрешностью.

Задачи.

8.1. Ответьте на вопросы:

- 1) Приведите примеры изменчивых величин.
- 2) Какие факторы влияют на изменчивость урожайности зерновых культур, назовите 2–3 фактора.



8.2. Дана таблица урожайности зерновых и зернобобовых культур Кировской области за период с 2017 по 2024 годы:

Год	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Урожайность, ц/га	19,1	22,2	26,4	24,7	19,4	26,7	22,8	19,7

По данным таблицы:

а) Постройте график и проанализируйте изменения урожайности за рассматриваемый период.

б) Вычислите скользящие средние значения урожайности культур.

Примечание: скользящие средние меньше зависят от действия случайных факторов и по ним лучше видна общая тенденция ряда.

в) Определите абсолютные приросты – на сколько ц/га изменялась урожайность в данном году по сравнению с предыдущим.

г) Определите темпы роста – сколько процентов урожайность данного года составляла от урожайности предыдущего.

Результаты расчетов оформите в таблице 1.

Сформулируйте выводы по таблице 1:

– На сколько ц/га увеличилась (уменьшилась) урожайность в целом за период (в 2024 г. по сравнению с 2017 г.)?

– В какие периоды урожайность культур увеличивалась, в какие уменьшалась (см. значения скользящих средних)?

– Что означают положительные (отрицательные) значения абсолютных приростов?

– Что означают значения темпов роста большие (меньшие) 100%?

Таблица 1 – Расчетная таблица

Годы	Урожайность			
	ц/га	Скользящая средняя за 2 года, ц/га	к предыдущему периоду	
			абсолютный прирост, ц/га	темп роста, %
2017	19,1	-	-	-
2018	22,2			
2019	26,4			
2020	24,7			
2021	19,4			
2022	26,7			
2023	22,8			
2024	19,7			

8.3. Практическая работа «Измерение отрезка и угла».

Оборудование: линейка, транспортир, карточка с заданием, на которой изображены угол и отрезок.

Ход работы:

1) Измерьте величину угла в градусах, длину отрезка в миллиметрах.

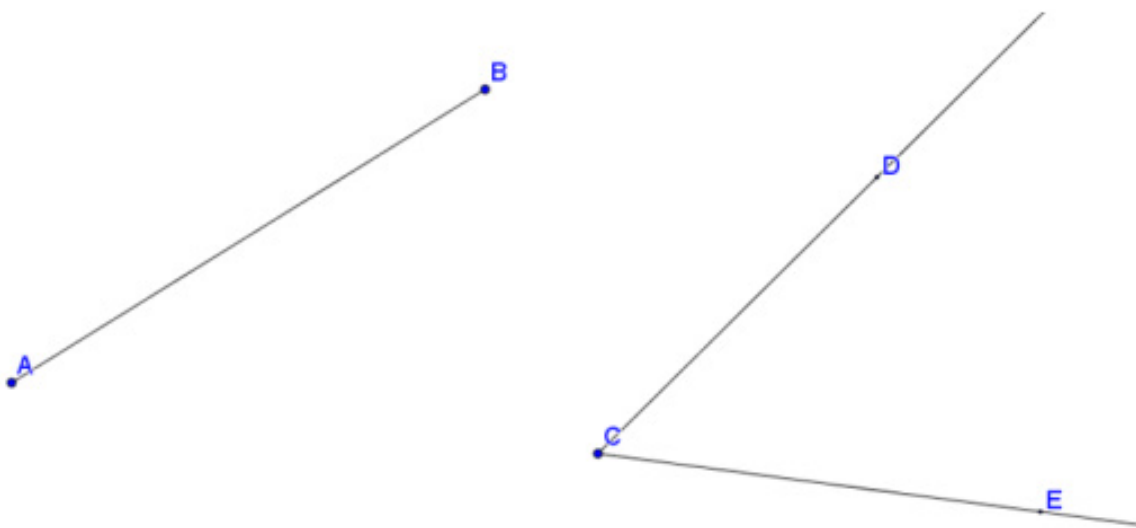
2) Запишите свои результаты в общую таблицу на доске:

Номер учащегося	1	2	3	4	5	...	29	30
Отрезок, мм								
Угол, 0								

3) Сделайте вывод, от чего могут зависеть расхождения в результатах измерений.

4) Запишите результат в виде «величина отрезка (угла) \pm отклонение».

Карточка:



Источник: https://ptlab.mccme.ru/sites/ptlab.mccme.ru/files/7_43_itog.pdf



Домашнее задание.

1. В таблице представлена динамика температур воздуха в сентябре 2023 года в городе Кирове.

Дата	01.09.	02.09.	03.09.	04.09.	05.09.	06.09.	07.09.
Температура воздуха днем	+21	+20	+21	+22	+21	+20	+10

Допустимая погрешность не должна превышать 1 градуса.

а) Укажите, в каких пределах лежит истинная температура воздуха 03.09.2023 и 06.09.2023.

б) Найдите моду, медиану и размах ряда.

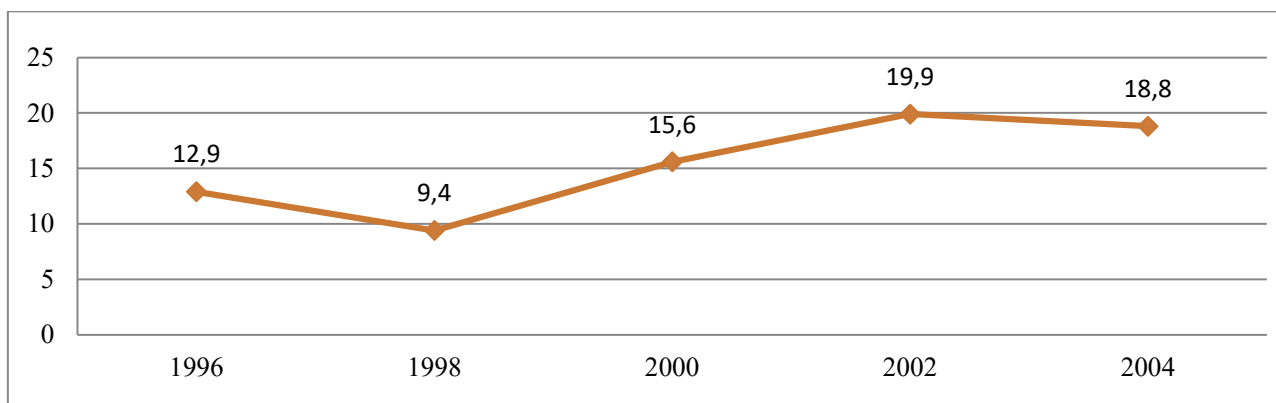
в) Найдите среднюю температуру за первые три дня указанные в таблице и за последние три дня указанные в таблице (ответ округлите до десятых). Сравните результаты.

2. Решите задания.

а) Расстояние от Кирова до Советска 137 км $\pm 2\%$. В каких пределах может быть заключено истинное расстояние? Укажите с помощью двойного неравенства.

б) Расстояние от Кирова до Лузы 384 км $\pm 4\%$. В каких пределах может быть заключено истинное расстояние? Укажите с помощью двойного неравенства.

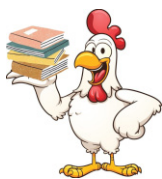
3. Дан график урожайности зерновых и зернобобовых культур Кировской области с 1996 по 2004 гг.



На сколько ц/га средняя урожайность в 2002-2004 гг. превышает среднюю урожайность в 1996–1998гг.



9. Тенденции и случайные отклонения



Тенденция (тренд) – характерное, устойчивое изменение. Как правило, тенденция обусловлена долгосрочными факторами, которые заставляют величину расти или убывать.

Часто изменчивость в природных, экономических и социальных явлениях состоит из двух составляющих. Первая составляющая – тенденция, которая обусловлена серьёзными и долгосрочными факторами. Вторая составляющая – случайное отклонение, вызванное разнонаправленными краткосрочными действиями, которые зачастую невозможно предвидеть.

Задачи.

9.1. Ответьте на вопросы.

- Приведите пример величины, имеющей постоянное среднее значение, вокруг которого наблюдается случайное колебание;
- Приведите пример величины, имеющей возрастающую тенденцию;
- Какие факторы, по вашему мнению, могут влиять на изменение массы растущего младенца?



9.2. Внесите в таблицу данные о вашем росте и росте соседа по парте за последние 3 года.

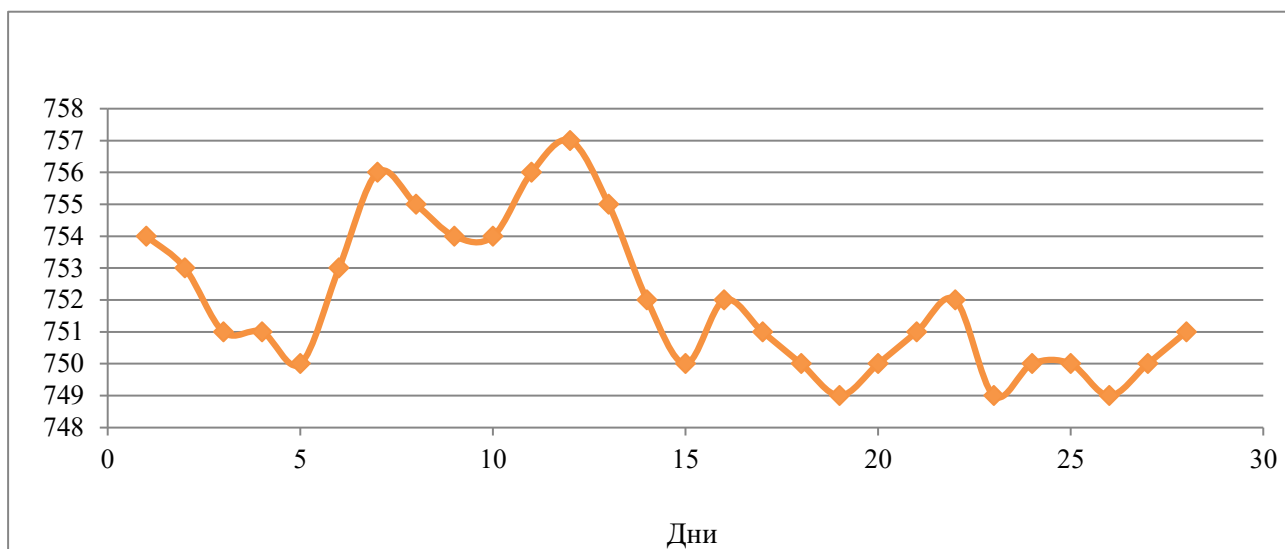
Имя	5 класс	6 класс	7 класс
Ваше имя			
Имя соседа по парте			

По данным таблицы:

- Постройте график.
- Определите среднее значение роста каждого.
- Будет ли колебаться график около среднего значения?
- Определите размах роста.
- Сделайте выводы о тенденции.

9.3. Нормальное атмосферное давление в каждой местности своё: оно зависит от широты, высоты над уровнем моря, температуры, влажности воздуха, сезонных особенностей (зимой в Кирове атмосферное давление выше среднегодового).

На графике оранжевая линия показывает изменение атмосферного давления на протяжении февраля 2023 г. в Кирове.



По графику:

- Определите среднее значение. Ответ округлите до целого.
- Будет ли колебаться график около среднего значения?
- Определите размах.
- Сделайте выводы о тенденции.

9.4. В таблице приведены данные о ценах на бензин в Кировской области в 2018-2023 гг. (на 1 декабря каждого года).

Тип топлива	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Бензин АИ-95	45,45	46,04	50,80	63,30	53,70	58,90

По данным таблицы:

- Постройте график в MS Excel, добавьте линию линейного тренда и её уравнение.
- Какую тенденцию имеет цена бензина за рассматриваемый период?
- Определите абсолютные приросты и темпы роста цен на бензин по сравнению с предыдущим годом.
- Сделайте выводы о тенденции изменения цен на бензин.

Результаты расчётов оформите в таблице:

Год	Цена бензина АИ-95, руб.	По сравнению с прошлым годом	
		абсолютный прирост, руб.	темп роста, %
2018	45,45	-	-
2019	46,04		

2020	50,80		
2021	63,30		
2022	53,70		
2023	58,90		

9.5. В таблице указаны сведения о численности населения населённых пунктов в Кировской области в 2018–2021 гг.

Населённый пункт	2018 год	2019 год	2020 год	2021 год
Котельнич	23 682	23 244	22 882	20 144
Яранск	15 985	15 752	15 475	14 284
Советск	39 752	39 150	38 963	38 910
Вятские Поляны	32 562	32 108	31 873	29 742

По данным таблицы:

а) Постройте график изменения численности населения в этих городах за период.

б) По графику сформулируйте выводы об изменчивости численности населения городов.

в) Определите абсолютные приросты и темпы роста численности населения в Советске и Вятских Полянах. Сравните значения показателей. Сформулируйте выводы.

Результаты расчётов оформите в таблице:

Год	г. Советск, чел.	По сравнению с прошлым годом		г. Вятские Поляны, чел.	По сравнению с прошлым годом	
		абсолютный прирост, чел.	темп роста, %		абсолютный прирост, чел.	темп роста, %
2018	39752	-	-	32562	-	-
2019	39150			32108		
2020	38963			31873		
2021	38910			29742		

9.6. Заполните таблицу:

Год	Выручка от реализации продукции, тыс. руб.	По сравнению с прошлым годом		
		абсолютный прирост, тыс. руб..	темп роста, %	темп прироста, %
2019-2020	1138	-	-	-
2020-2021		104		
2021-2022			101,3	
2022-2023				0,5
2023-2024			98,0	
2024-2025		-25		

Примечание: темп прироста – показывает на сколько процентов данный уровень ряда больше (меньше) предыдущего. Темп прироста = темп роста – 100%.

В таблице значения выручки от реализации и абсолютные приросты округляйте до целых, темпы роста и прироста – до десятых.



Домашнее задание.

1. Ответьте на вопросы:

- 1) Что такое тенденция?
- 2) Если присутствует общее повышение (понижение), всегда ли это означает, что присутствует и постоянное повышение (понижение)?
- 3) Какие существуют составляющие изменчивости?

2. Заполните таблицу, основываясь на ваших годовых оценках по математике.

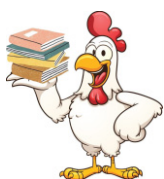
Класс	1	2	3	4	5	6
Годовая оценка						

Поданным таблицы:

- а) Постройте график.
- б) Сделайте вывод: сильно ли колеблется оценка вокруг среднего значения?
- в) Какую тенденцию вы наблюдаете и есть ли она вообще?



10. Частоты значений в массиве данных



Пусть в наборе всего N чисел. Значения, равные a , встречаются Na раз. **Частотой** значения a называется отношение $\frac{Na}{N}$.

Пример. В спортивной секции тренируются 10 человек в возрасте 11, 12 и 13 лет. Распределение спортсменов по возрасту представлено в таблице:

Возраст, лет	11	12	13
Количество спортсменов, чел.	1	6	3
Частота	$\frac{1}{6+3+1} = 0,1$	$\frac{6}{6+3+1} = 0,6$	$\frac{3}{6+3+1} = 0,3$

Сумма всех частот $0,1+0,3+0,6 = 1$.

Свойство частот. В любом наборе сумма частот равна единице.

Теорема:

Пусть в наборе N чисел, но среди них только k различных значений x_1, x_2, \dots, x_k .

Пусть значение x_1 встречается N_1 раз, значение x_2 встречается N_2 раз, и т. д.: значение x_k встречается ровно N_k раз. Тогда среднее арифметическое набора равно:

$$\bar{x} = x_1 \cdot \frac{N_1}{N} + x_2 \cdot \frac{N_2}{N} + \dots + x_k \cdot \frac{N_k}{N}.$$

Теорема утверждает, что среднее арифметическое числового массива равно сумме произведений значений и их частот.

Задачи.

10.1. Выполните задания:

- Чему равны частоты значений в наборе, где 10 различных значений, но каждое встречается ровно один раз?
- Сформулируйте определение частоты значения.
- Сформулируйте свойство частот.
- Как найти среднее значение набора чисел, зная числовые значения и их частоты?



10.2. Дан числовой набор 7, 3, 8, 2, 2, 8, 6, 4, 0, 2. Найдите частоту:

- значения 2;
- значения 8.

10.3. В числовом наборе пять значений. Частоты четырёх значений известны: 0,17; 0,4; 0,14; 0,02. Найдите частоту пятого значения.

10.4. Частоту букв в русском языке можно приблизительно оценить с помощью художественных текстов. Прочитайте три интересных факта о Кировской области.

Дымковские игрушки лепили из местной красной глины. Её собирали по берегам реки Вятки. Чтобы фигурки были крепкими, глину мешали с речным песком, рубили массу лопатой, заливали водой. Потом материал долго-долго месили ногами.

На Кикиморской горе, откуда во все стороны видна земля вятская, с незапамятных времен бок о бок с людьми жили кикиморы. Удача, Богатство, Семья, Искренность, Здоровье, Любовь, Яркость – семь милых сестёр.

В Кировской области, а точнее в Котельничском районе, есть уникальное местонахождение древних парейазавров. Парейазавры – это крупные ящеры длиной около трёх метров, обитавшие в Европе, Африке и Азии около 250 миллионов лет назад.

а) Посчитайте буквы «а», «о» и «и» в трёх этих отрывках и заполните таблицу:

Номер отрывка	«а»	«о»	«и»
1			
2			
3			

б) Посчитайте буквы «н» и «т» и заполните таблицу:

Номер отрывка	«н»	«т»
1		
2		
3		

Можно ли по полученным данным судить, какая из букв используется в русском языке чаще?

10.5. Юный математик Петя на праздники ездил с родителями на машине на дачу к бабушке. Дорога была долгая и Петя от скуки начал подсчитывать цвета встречных машин. Результаты подсчетов в таблице:

Цвет машины	Количество
Чёрный	21
Белый	17
Красный	9
Коричневый	10

Синий	15
Зелёный	3

Найдите частоту события:

- а) «Пете встретилась синяя машина»;
- б) «Пете встретилась не чёрная машина»;
- в) «Пете встретилась красная или зелёная машина».

Источник: <https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2024/01/13/vis-chastota-znacheniy-v-massive-dannyh>



Домашнее задание.

1. Дана последовательность букв:
КИРОВВЯТКАХЛЫНОВРОДИНАМОЯ.

Найдите в этой последовательности частоту:

- а) буквы К; б) буквы О; в) буквы В; г) буквы Я.

2. В числовом наборе встречаются только значения: 2, 3, 4, 5. Их частоты неизвестны.

Найдите среднее значение их числового набора:

Значение	2	3	4	5
Частота	х	у	у	х

3. Рассмотрим набор символов Кировской области.



Ответьте на вопросы:

- а) Сколько всего в этом наборе символов? Сколько наборов различных символов?
- б) Сколько раз в этом наборе встречается дымковская барыня? С какой частотой она встречается в наборе?
- в) Найдите частоты остальных символов в наборе.
- г) Найдите сумму всех частот символов в наборе. Обоснуйте.



11. Группировка данных и гистограммы



Группировка данных применяется, чтобы понять насколько плотно распределены значения на каждом участке числовой прямой.

Интервалы группировки – разбитая числовая прямая на определённые промежутки.

Шаг группировки – длина интервала.

Частоты значений в интервалах – доля значений в каждом интервале.

Важнейший вопрос процесса группировки – это выбор группировочного признака и выделение групп. **Группировочным признаком** называется признак, по которому производится разбивка единиц совокупности на отдельные группы. Его часто называют основанием группировки. Группировочный признак должен быть наиболее существенным из всего их множества.

Этапы построения группировки

1-й этап. Определение признака, по которому будем группировать единицы совокупности

2-й этап. Определение количества групп.

Если группировочный признак атрибутивный (качественный), то всю совокупность делим на столько групп, сколько значений принимает атрибутивный признак.

Если группировочный признак альтернативный (принимает только два значения), то совокупность делим на две группы.

Если группировочный признак количественный, то оптимальное количество групп можно определить по следующей таблице:

N	15-24	25-44	45-89	90-179
n	5	6	7	8

где n – число групп;

N – число единиц совокупности

3-й этап. Определение интервала группировки.

Интервалы группировки бывают равные и неравные.

Если разбиваем всю совокупность на равные интервалы, то величина каждого интервала определяется по формуле (группировки с равными интервалами применяются в случае небольшой вариации признака и распределении единиц, близком к равномерному):

$$h = \frac{R}{n},$$

где – $R = x_{\max} - x_{\min}$ – размах вариации;

x_{\max} , x_{\min} , – соответственно максимальное и минимальное значения группировочного признака;

h – длина интервала группировки;

n – количество групп.

4-й этап. Определение границ интервалов.

5-й этап. Распределение единиц совокупности по группам.

Пример: Используя метод группировки, провести анализ 30 предприятий Кировской области (данные условные), выделив 3 группы предприятий с равными интервалами.

Данные о выпуске продукции 30 предприятий Кировской области (млн. руб.): 65, 78, 41, 101, 54, 66, 80, 45, 57, 67, 81, 92, 48, 59, 68, 83, 52, 62, 69, 85, 70, 71, 64, 72, 88, 73, 74, 96, 75, 76.

1-й этап. Определение группировочного признака: выпуск продукции.

2-й этап. Определение количества групп

Так как в условии задачи задано выделить 3 группы интервалов, то $n = 3$.

3-й этап. Определение интервала группировки.

Так как необходимо построить группировку с равными интервалами, то длину каждого интервала определяем по формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{101 - 41}{3} = 20 \text{ млн руб.}$$

4-й этап. Определение границ интервалов

Нижнюю границу первого интервала принимают равной минимальному значению признака (в нашем примере это значение выпуска продукции, равное 41 млн руб.), верхняя граница первого интервала соответствует значению $x_{\min} + h = 41 + 20 = 61$. Для последующих групп границы определяют аналогично, т. е. последовательно прибавляется величина интервала. Если единица обладает значением признака, равным величине верхней границы интервала, ее следует отнести к следующей группе. Получили следующие 3 группы предприятий:

[41 – 61);

[61 – 81);

[81 – 101].

Круглая скобка в конце 1 и 2-го интервалов указывает, что предприятие с выпуском продукции, равным 61 млн руб. нужно включать во вторую группу, а предприятие с выпуском 81 млн руб. – в третью.

5-й этап. Распределение единиц совокупности по группам

№ группы	Группы предприятий по выпуску продукции, млн руб.	Число предприятий, ед.	Значения выпуска, попавшие в интервал, млн. руб.
1	41–61	7	41, 54, 45, 57, 48, 59, 52
2	61–81	16	65, 78, 66, 80, 67, 68, 62, 69, 70, 71, 64, 72, 73, 74, 75, 76
3	81–101	7	81, 83, 92, 85, 88, 96, 101
	Итого	30	

Задачи.

11.1. По данным о численности населения посёлков городского типа Кировской области постройте группировку, выделив 6 групп с равными интервалами. Определите по исходным данным среднее значение численности населения, медианное значение. Определите среднее значение по сгруппированным данным. Постройте гистограмму. Сделайте выводы.



Название посёлка городского типа	Численность населения, чел.	Название посёлка городского типа	Численность населения, чел.
Арбаж	2507	Нагорск	4031
Аркуль	1324	Нема	2974
Афанасьёво	3381	Нижнеивкино	1615
Богородское	2192	Опарино	3775
Вахруши	8874	Оричи	7433
Верхошижемье	3494	Первомайский	5054
Восточный	5708	Песковка	3371
Даровской	6012	Пижанка	3572
Демьяново	4298	Пинюг	1366
Кикнур	4045	Подосиновец	3274
Кильмезь	5272	Рудничный	2693
Красная Поляна	5154	Санчурск	3842
Кумёны	4245	Светлополянск	2289
Лальск	2334	Свеча	3771
Лебяжье	2721	Стрижи	3114
Лёвинцы	1822	Суна	1941
Ленинское	4010	Тужа	3906
Лесной	3421	Уни	3359
Мирный	3098	Фалёнки	4127
Мурыгино	6080	Юрья	4913

Источник: <https://43.rosstat.gov.ru/>

11.2. Имеются измерения температуры в январе 2023 года в г. Кирове и г. Нолинске:

Дата	1.01	2.01	3.01	4.01	5.01	6.01	7.01	8.01	9.01	10.01	11.01
Температура в Кирове	-7	-3	-13	-19	-19	-29	-24	-26	-32	-23	-15
Дата	12.01	13.01	14.01	15.01	16.01	17.01	18.01	19.01	20.01	21.01	22.01
Температура в Кирове	-12	-6	-7	-10	-10	-12	-9	-9	-3	-4	-10
Дата	23.01	24.01	25.01	26.01	27.01	28.01	29.01	30.01	31.01		
Температура в Кирове	-7	-9	-5	-2	-3	-8	-5	-7	-4		

Дата	1.01	2.01	3.01	4.01	5.01	6.01	7.01	8.01	9.01	10.01	11.01
Температура в Нолинске	-7	-2	-10	-17	-16	-29	-27	-24	-33	-22	-19
Дата	12.01	13.01	14.01	15.01	16.01	17.01	18.01	19.01	20.01	21.01	22.01
Температура в Нолинске	-10	-9	-8	-12	-12	-12	-9	-10	-5	-8	-10
Дата	23.01	24.01	25.01	26.01	27.01	28.01	29.01	30.01	31.01		
Температура в Нолинске	-9	-9	-5	-3	-4	-7	-5	-8	-4		

Сравните значения температуры 2 января, 6 января, 9 января, 14 января и 29 января. Вычислите средние значения температуры в Кирове и Нолинске, размах, медианное значение и сравните эти показатели. Сделайте группировку по обоим городам, выделив 5 интервальных групп. Постройте гистограммы. Сформулируйте выводы.



Домашнее задание.

Имеются данные об атмосферном давлении в январе-феврале 2023 года в городе Кирове. Постройте группировку, выделив 7 групп равных интервалов. Вычислите по исходным данным среднее значение атмосферного давления, медианное значение. Вычислите среднее значение по сгруппированным данным. Постройте гистограмму. Сделайте выводы по результатам расчетов.

дата	1/17	2/18	3/19	4/20	5/21	6/22	7/23	8/24	9/25	10/26	11/27	12/28	13/29	14/30	15/31	16
Январь	764	745	751	754	753	755	762	766	777	786	785	776	777	770	771	773
	773	776	775	776	780	783	781	770	770	760	760	764	764	758	752	
Февраль	757	763	765	765	770	773	778	776	773	769	760	761	756	764	769	773
	766	767	759	751	749	752	753	754	758	752	755	760				



12. Выборка. Статистическая устойчивость и оценки с помощью выборки



В случае, когда число единиц в совокупности, которую мы изучаем слишком большое (например, население страны в целом), то для получения достоверных результатов достаточно провести выборочное обследование (по части населения) и полученные результаты распространить на совокупность в целом.

Для того, чтобы данные полученные по отобраным единицам были достоверными, **выборка** должна быть достаточно большая и случайная. Например, при изучении доходов и расходов домашних хозяйств провести опрос всех жителей невозможно. На это уйдёт много времени, средств, обработать такой объём информации тоже будет не просто. В этом случае проводят выборочные обследования.

Частоты, средние значения и другие характеристики многих изменчивых величин в случайной выборке мало отличаются от таких же характеристик во всей совокупности данных. Это свойство изменчивых величин называют **статистической устойчивостью**.

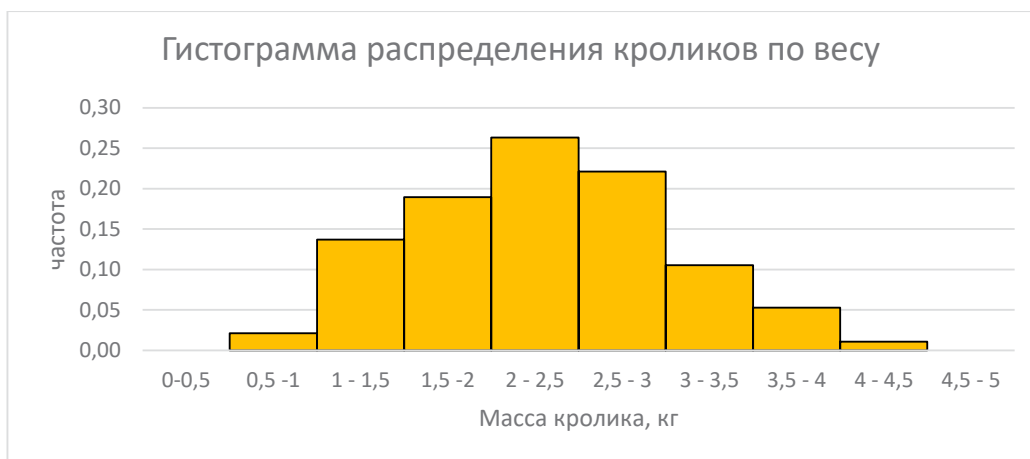
Если выборка выполнена правильно (она содержит достаточно большое число единиц и единицы отобраны случайным образом), то благодаря свойству статистической устойчивости по данным этой выборки мы можем оценить (приблизённо найти) частоты и средние значения в бесконечных или плохо доступных массивах данных. При этом нужно помнить, что результаты, полученные по выборке, приближительные.

Задачи.

12.1. Рассмотрите гистограммы и определите, будет ли средняя хорошо характеризовать совокупность в целом? Какую форму должна иметь гистограмма, чтобы среднее значение хорошо характеризовало совокупность в целом?

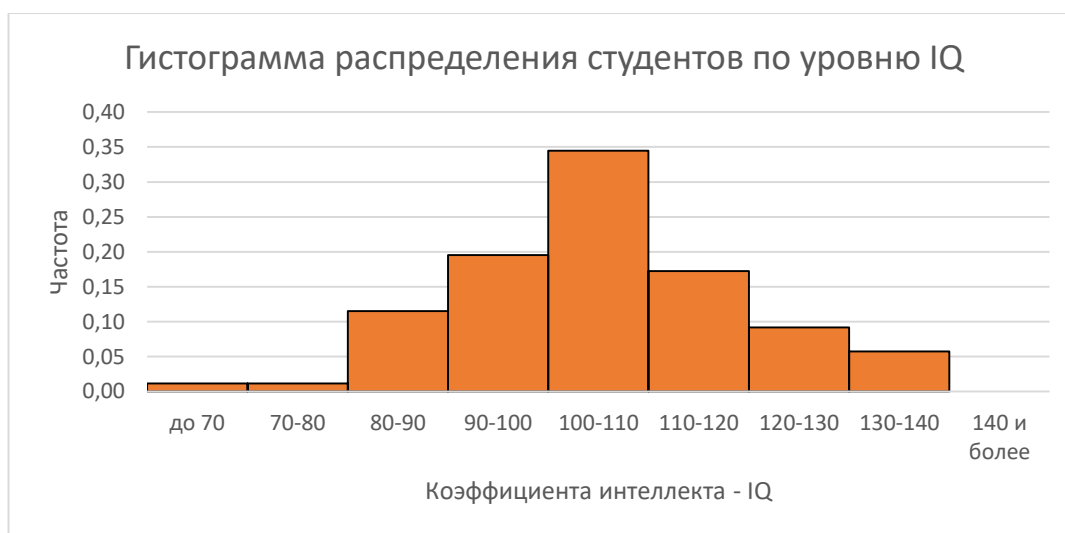


а)



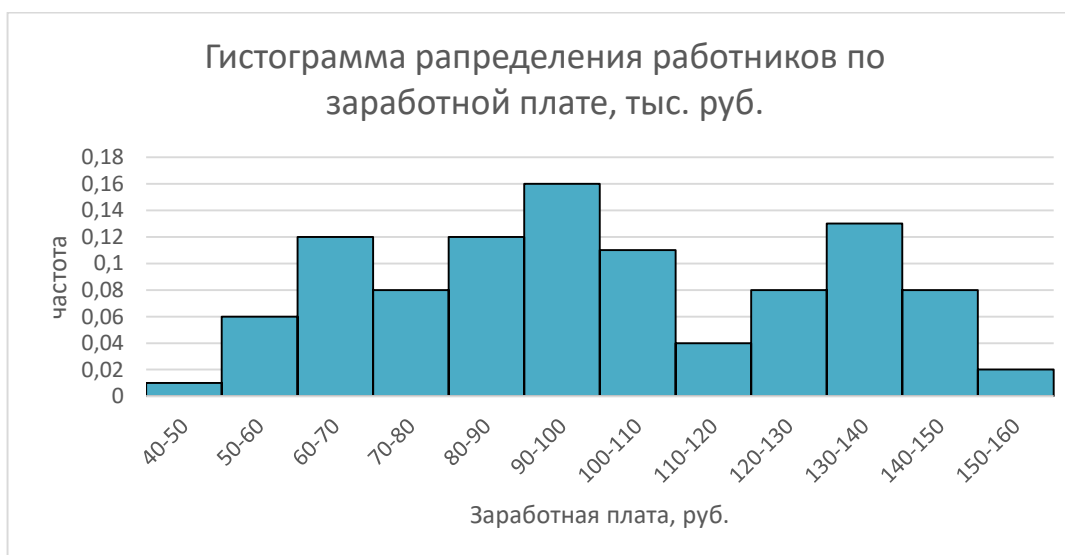
Средний вес кролика 2,3 кг.

б)



Средний коэффициент IQ = 105.

в)



Средняя заработная плата 101 тыс. руб.

12.2. По данным выборочного обследования получены данные о распределении семей по числу детей:

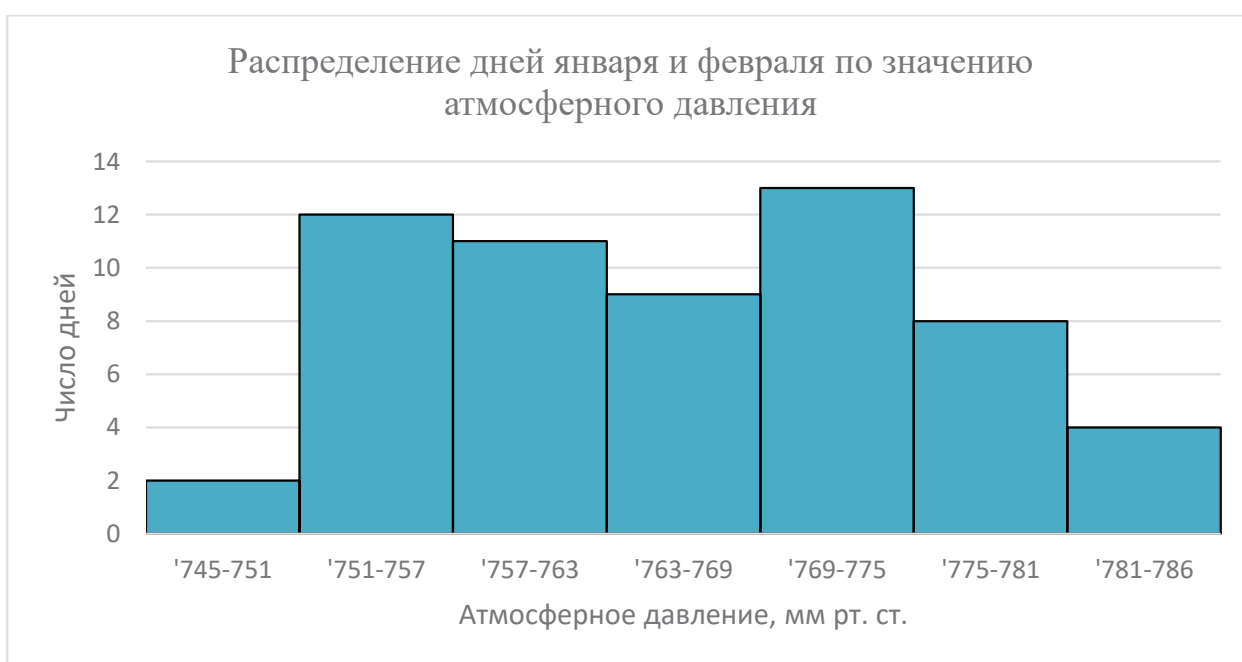
Число детей в семье, чел.	Число семей
0	5
1	28
2	22
3	12
4	3
5 и более	1

По данным таблицы:

- Постройте гистограмму.
 - Определите среднее арифметическое число детей в семье.
 - Определите медианное и модальное число детей в семье.
- Сформулируйте выводы.

12.3. По диаграмме ответьте на вопросы:

- Сколько дней в рассматриваемый период атмосферное давление не превышало 763 мм рт. ст.?
- Можно ли по данным диаграммы оценить, сколько примерно дней в следующем году в январе-феврале в Кирове атмосферное давление будет выше 775 мм рт. ст.?



Источник: <http://statkirov.43.rosstat.gov.ru/dg/dbinet.cgi>

12.4. В крольчатнике 1000 кроликов. По гистограмме определите:

- Сколько кроликов имеют вес до 1 кг?
- Сколько кроликов имеют вес от 1 до 3 кг?
- Сколько кроликов имеют вес больше 2,5 кг? Сколько процентов кроликов имеют такой вес?



Домашнее задание.

1. В городе проживает 250 тыс. семей. Для определения среднего числа детей в семье была организована 2%-ная случайная бесповторная выборка семей.

Сколько семей попало в выборку?

2. На предприятии в порядке случайной выборки было опрошено 100 рабочих из 1000 и получены следующие данные об их доходе за месяц:

Месячный доход, тыс. руб.	Число рабочих, чел.
40-50	12
50-60	60
60-70	20
70-80	8

По данным таблицы:

а) Постройте гистограмму распределения рабочих по размеру заработной платы.

б) Определите среднее арифметическое значение заработной платы.

Примечание: в качестве значений признака берите значения середин интервалов.

в) Определите интервал, в котором находятся модальное и медианное значения заработной платы.

3. В крольчатнике 1000 кроликов. По гистограмме определите, сколько кроликов имеют вес от 1 до 2 кг? Сколько процентов кроликов имеют такой вес?

4. Подготовьте краткое выступление по теме «Как Росстат проводит выборочные обследования рабочей силы?». В докладе необходимо отразить ответы на следующие вопросы:

а) С какой целью проводятся выборочные обследования рабочей силы?

б) Как часто они проводятся?

в) Какой процент населения подвергается обследованию?

г) Какие задачи позволяют решать полученные в процессе обследования результаты?



4

Введение в теорию графов

**13. Графы. Вершины и рёбра графа.
Степень вершины.**

14. Пути в графе. Связный граф.

**15. Задача о Кёнигсбергских мостах,
эйлеровы пути и эйлеровы графы.**

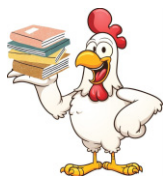


В Кировской области 197 особо охраняемых природных территорий, включая заповедник Нургуш.

У нас почти 20 тысяч рек и 4,5 тысячи озёр, включая уникальное озеро Шайтан в Уржумском районе.

Самая известная башня Московского Кремля – Спасская башня – получила своё название благодаря вятской иконе Спаса Нерукотворного, доставленной в Москву в 1647 году.

13. Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины



Граф – это изображение объектов и связей между ними с помощью точек и линий. Точки в графе называются вершинами графа. Некоторые (не обязательно все) вершины соединены линиями. Эти линии называются рёбрами графа.

Если вершина является концом ребра, то говорят, что ребро исходит из этой вершины, или ребро входит в неё. Вершину, из которой не выходит ни одно ребро, называют **изолированной**.

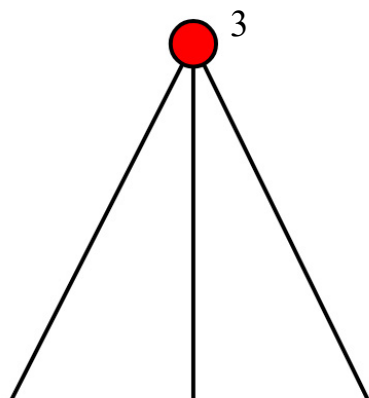
Если в двух графах вершины связаны рёбрами в одном и том же порядке, то один граф можно получить из другого, передвигая вершины. Такие графы мы считаем **одинаковыми**.

Степень вершины в графе – это количество исходящих из нее рёбер. Иногда степень вершины называют валентностью вершины.

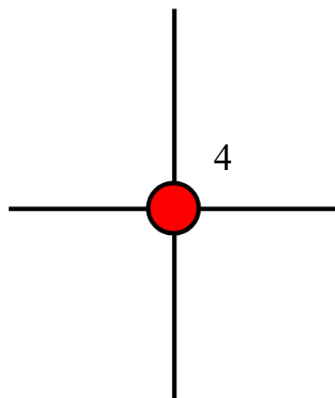
ТЕОРЕМА: о сумме степеней вершин.

В любом графе сумма степеней всех вершин является чётным числом.

Свойство. В любом графе количество вершин нечётной степени чётно.



Вершина нечётной степени



Вершина чётной степени

Граф может быть математической моделью разных задачных ситуаций. Например, вершины – города, рёбра – дороги; вершины – пользователи, рёбра – отношения (дружба); вершина – веб-страница, рёбра – ссылки; вершины – этапы технологического процесса, рёбра – отношения предшествования или следования.

Задачи.

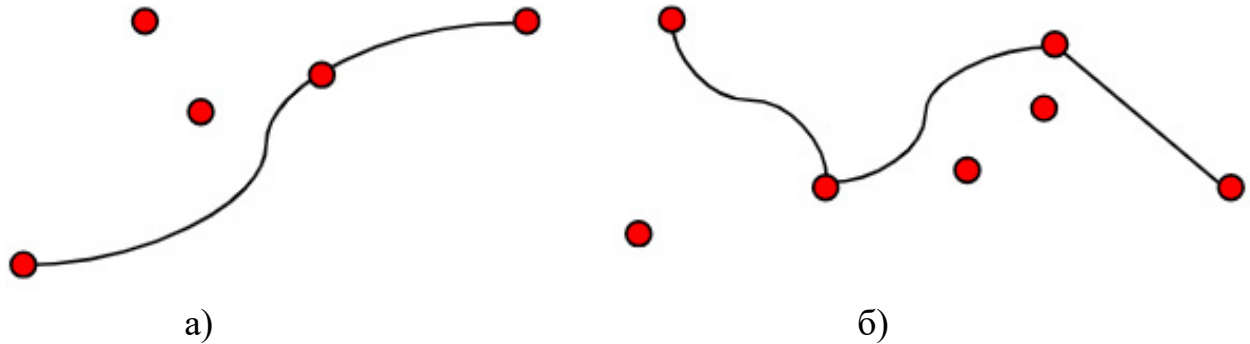
13.1. Ответьте на вопросы:

- Вспомните, где вам встречались графы?
- Как называются линии, связывающие вершины графа?



- в) Как можно проверить, одинаковые два графа или нет?
 г) Что такое степень вершины графа?

13.2. На рисунке изображены графы.

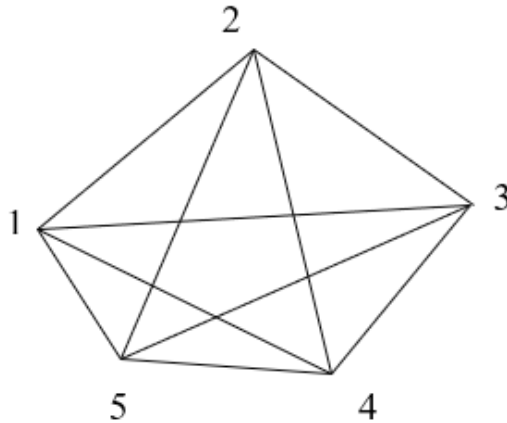


Сколько у каждого из них рёбер, вершин и изолированных вершин?

13.3. Нарисуйте три разных графа, в каждом из которых 3 вершины.

13.4. Пять учёных обменялись рукопожатиями. Сколько получилось рукопожатий?

Решение: Изобразим учёных вершинами графа. Рукопожатия – рёбрами.



Сосчитаем количество рёбер данного графа.

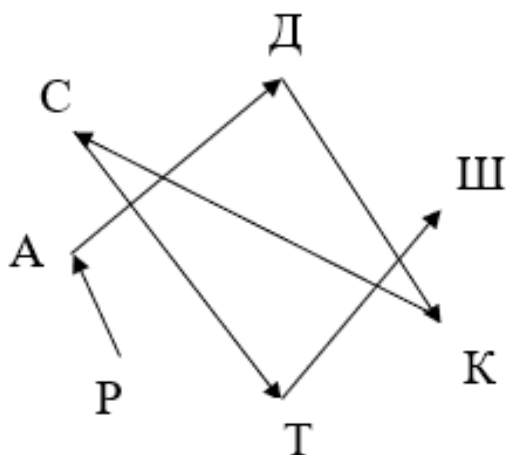
Ответ: получилось 10 рукопожатий.

13.5. Алексей, Борис, Виктор, Галина, Дарья, Наталья при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

13.6. Семь участников легкоатлетической эстафеты: Серёжу, Тёму, Кузю, Арсения, Диму, Рому и Шуру постройте в порядке убывания их роста. Известно,

что Серёжа выше Тёмы, Кузьма ниже Димы, Арсений выше Димы, Кузьма выше Серёжи, Шура ниже Тёмы, Рома выше Арсения.

Решение: Отношение «выше ростом» обозначим стрелкой от большего к меньшему.



Осталось записать ответ: начинаем с точки, к которой не ведёт ни одна стрелка.

Ответ: Рома, Арсений, Дима, Кузя, Серёжа, Тёма, Шура.

13.7. Решите задачу составлением графа. Река Молома длиннее Кобры, Быстрица меньше Летки, Кобра длиннее Пижмы, Белая меньше Великой, Пижма длиннее Летки. Нужно записать реки в порядке возрастания их длины.

13.8. Постройте граф смежности южных районов Кировской области.



13.9. В школьных соревнованиях по шахматам принимали участие 5 учеников: Алёна, Богдан, Георгий, Олеся и Елизавета. Соревнования проводилось по круговой системе – каждый участник играет с каждым из остальных один раз.

К настоящему моменту некоторые игры уже проведены:

- Алёна сыграла с Богданом, Георгием и Елизаветой;
- Богдан с Алёной и Георгием;
- Георгий с Алёной и Олесей.

Сколько игр проведено к настоящему времени и сколько ещё осталось?



Домашнее задание.

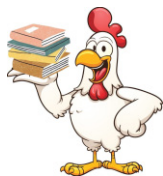
1. Нарисуйте какой-либо граф, в котором 5 вершин со степенями 1, 2, 2, 3, 3.

2. По окончании деловой встречи специалисты обменялись визитными карточками (каждый вручил свою карточку каждому). Сколько всего визитных карточек было роздано, если во встрече участвовали 4 человека?

3. Постройте граф смежности северных районов Кировской области.



14. Пути в графе. Связный граф



Цепь (простой путь) – это путь в графе из одной вершины в другую, в котором вершины и рёбра не повторяются.

Если граф состоит из одной-единственной цепи, то такой граф также называют **цепью**.

Граф без рёбер, состоящий из единственной вершины, также считают цепью.

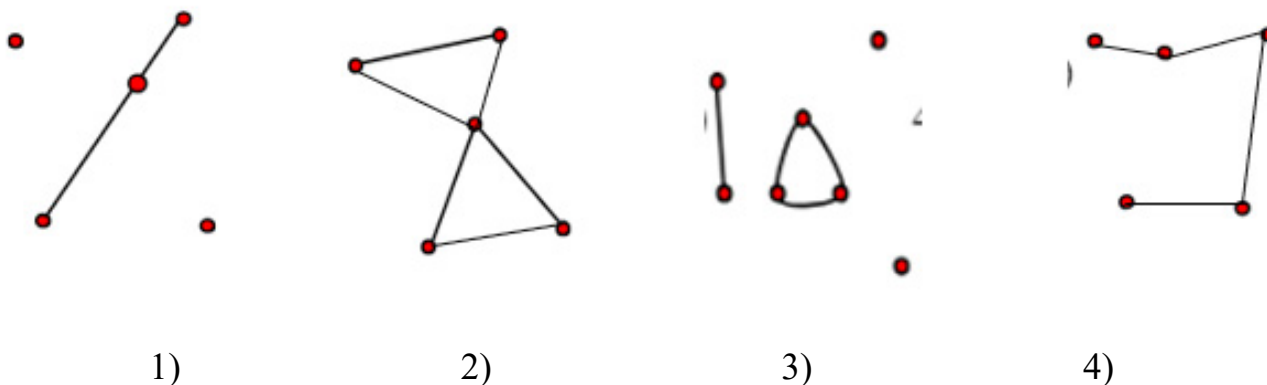
Цикл в графе – это замкнутый путь, у которого начало и конец в одной вершине, а рёбра и промежуточные вершины не повторяются.

Если граф состоит из одного-единственного цикла, то такой граф также называют **циклом**.

Граф называется связным, если две любые вершины в этом графе соединены путём.

Задачи.

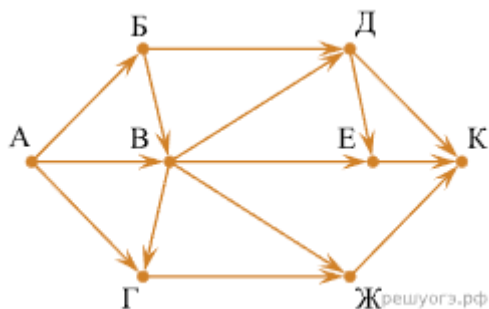
14.1. Рассмотрите рисунок.



Выпишите номера графов, которые являются: а) цепями; б) циклами; в) несвязными графами.

14.2. Серёжа живет на ул. Ленина, 96, а его любимая бабушка на ул. Никитской, 138. Серёжа любит ездить к бабушке на велосипеде по главным улицам там, где есть хорошие тротуары. Определите, сколько различных маршрутов есть у Серёжи?

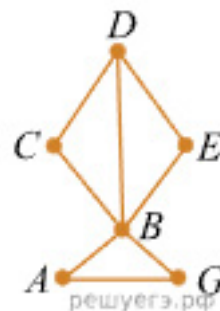
14.3. На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К, проходящих через город В?



Источник <https://math8-vpr.sdamgia.ru/test?theme=87>

14.4. На рисунке справа – схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о дорогах между населёнными пунктами (звёздочка означает, что дорога между соответствующими городами есть).

	1	2	3	4	5	6
1		*		*		
2	*			*		*
3				*	*	
4	*	*	*		*	*
5			*	*		
6		*		*		



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите номера населённых пунктов А и G в таблице. В ответе запишите числа в порядке возрастания без разделителей.

Решение:

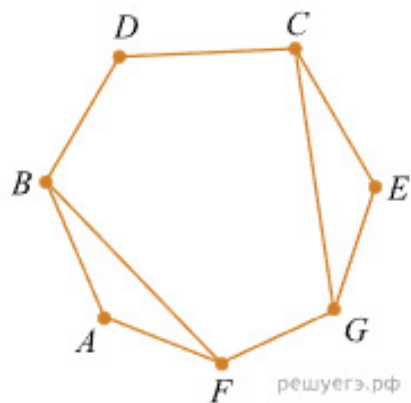
Сопоставим населённые пункты графа и населённые пункты в таблице. Нам необходимо определить номера населённых пунктов А и G. Из В ведут пять дорог. Таким образом, В – 4. Из D ведут 3 дороги, значит D – 2. С и Е могут быть только 1 и 6, так как они связаны со 2 и 4. Значит 3 и 5 – это А и G. Записываем ответ в порядке возрастания без разделителей.

Ответ: 35.

Источник: <https://math8-vpr.sdamgia.ru/test?theme=84>

14.5. На рисунке справа изображена схема дорог Н-ского района, в таблице звёздочкой обозначено наличие дороги из одного населённого пункта в другой. Отсутствие звёздочки означает, что такой дороги нет.

	1	2	3	4	5	6	7
1					*	*	
2			*	*			*
3		*			*		*
4		*				*	
5	*		*			*	
6	*			*	*		
7		*	*				

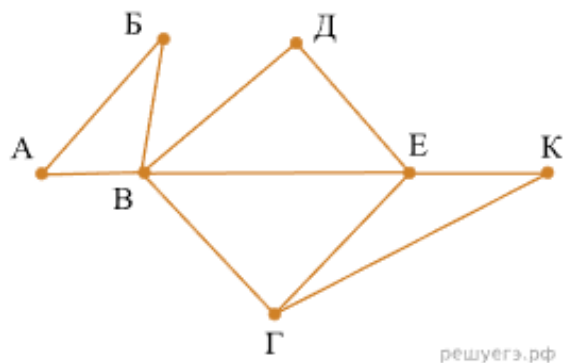


Каждому населённому пункту на схеме соответствует его номер в таблице, но неизвестно, какой именно номер. Определите, какие номера населённых пунктов в таблице могут соответствовать населённым пунктам В и С на схеме. В ответе запишите эти два номера в возрастающем порядке без пробелов и знаков препинания.

Источник: <https://math8-vpr.sdangia.ru/test?theme=84>

14.6. На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта В в пункт Е. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

Решение:

Пункт В – единственный пункт с пятью дорогами, значит, ему соответствует П6, а пункт Е – единственный с четырьмя дорогами, значит, ему соответствует П4.

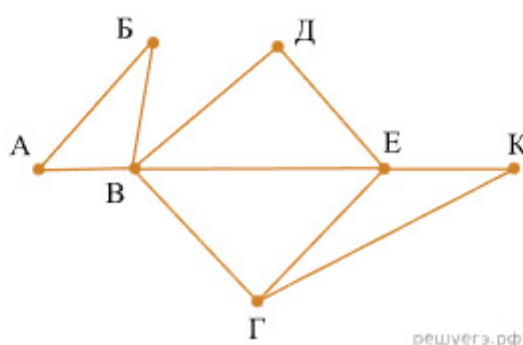
Длина дороги из П6 в П4 равна 20.

Ответ: 20.

Источник: <https://math8-vpr.sdangia.ru/test?theme=85>

14.7. На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		45		10			
П2	45			40		55	
П3					15	60	
П4	10	40				20	35
П5			15			55	
П6		55	60	20	55		45
П7				35		45	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта Г в пункт Е. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

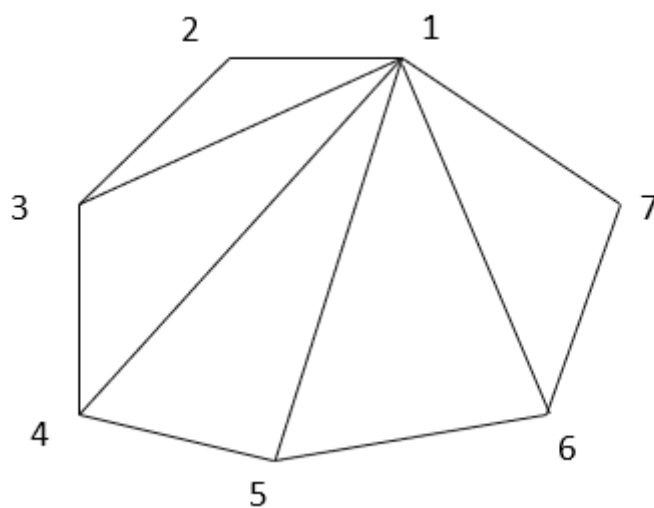
Источник: <https://math8-vpr.sdangia.ru/test?theme=85>



Домашнее задание.

На рисунке схема расположения городов Кировской области и расстояний между ними изображена в виде графа. В таблице содержатся сведения о расстояниях между городами (в км). Таблицу и схему рисовали независимо друг от друга. Определите длину дороги между пунктами 1 и 4.

	Киров	Советск	Киро- во-Че- пецк	Лебяжье	Котель- нич	Кумёны	Орлов
Киров	X	137	41	181	84	70	77
Советск	137	X	-	49	102	-	-
Киро- во-Че- пецк	41	-	X	-	-	65	-
Лебяжье	181	49	-	X	-	147	-
Котель- нич	84	102	-	-	X	-	49
Кумёны	70	-	65	147	-	X	-
Орлов	77	-	-	-	49	-	X



15. Задача о Кёнигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы



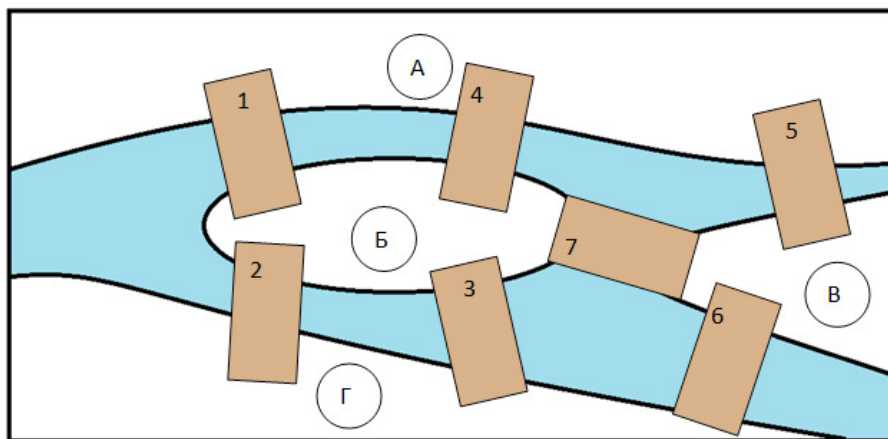
Эйлеров граф – это граф, в котором существует эйлеров путь, то есть путь, проходящий ровно один раз по каждому ребру.

Название «эйлеров» объяснить легко. Задолго до нас Леонард Эйлер доказал теорему, решая знаменитую задачу о семи Кёнигсбергских мостах.

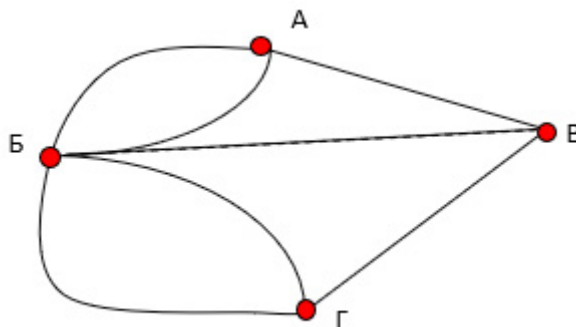
В старинном городе Кёнигсберге (ныне Калининград) семь мостов через реку Преголя, которую во время Эйлера называли Прегель. Древняя городская легенда гласила, что тот, кто сумеет обойти весь город, ровно по разу побывав на каждом из семи мостов, обретёт счастье и богатство. Кто только ни пытался это сделать, но никому не удавалось.

Леонард Эйлер доказал, что пройти по каждому из семи мостов ровно один раз невозможно, откуда бы путник ни начинал свой путь.

ТЕОРЕМА: Если в графе существует путь, проходящий через все рёбра ровно по одному разу, то в этом графе не больше двух вершин нечётной степени.

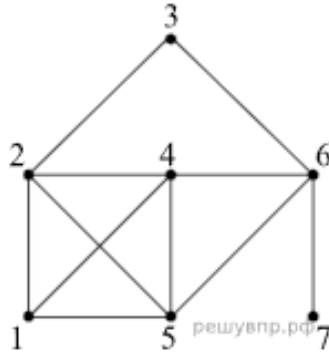


Теперь мы тоже можем решить задачу о мостах. Участки суши изобразим вершинами, мосты – рёбрами графа. В полученном графе все четыре вершины имеют нечётную степень: вершины А, В и Г имеют степень 3, а вершина Б – степень 5. Значит, обойти такой граф эйлеровым путём невозможно.



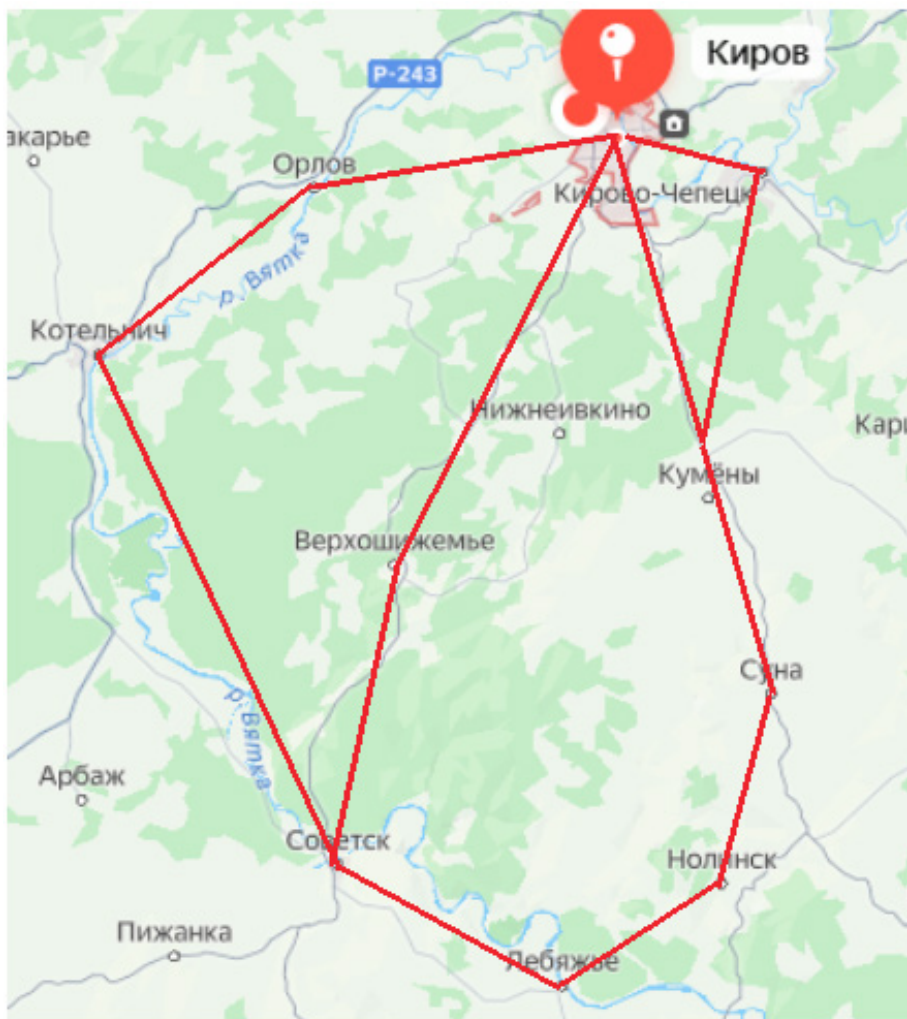
Задачи.

15.1. На рисунке изображен граф с пронумерованными вершинами. Аня обвела этот граф, не отрывая карандаша от листа бумаги и не проводя никакое ребро дважды. С какой вершины Аня начала обводить граф, если она закончила его обводить в вершине 7?



Источник: <https://math8-vpr.sdangia.ru/test?theme=87>

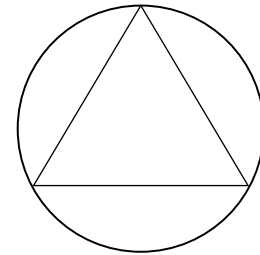
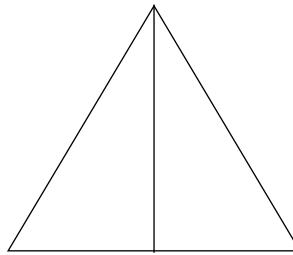
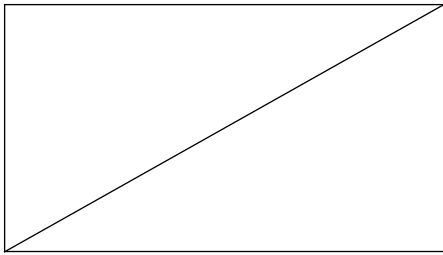
15.2. Существует ли эйлеров путь в представленном на рисунке графе? Докажите существование пути и покажите путь на рисунке.



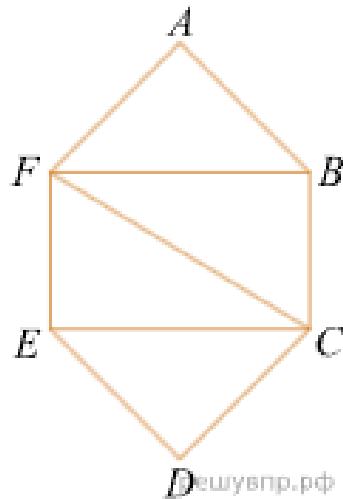


Домашнее задание.

1. Начертите фигуры одним росчерком (не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды).



2. Оля нарисовала схему, не отрывая карандаша от листа бумаги и не проводя никакую линию дважды. В какой точке Оля закончила рисовать схему, если она начала её рисовать в точке E?



Источник: <https://math8-vpr.sdangia.ru/test?theme=87>



5

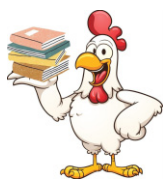
Логика

- 16. Утверждения и высказывания.
Отрицание.**
- 17. Условные утверждения.**
- 18. Обратные и равносильные
утверждения. Признаки и свойства.
Необходимые и достаточные условия.**
- 19. Противоположные утверждения.
Доказательство от противного.**



Вятский говор не спутаешь ни с каким другим. Он относится к севернорусскому наречию и лучше всего сохранил особенности говора древней Новгородской земли.

16. Утверждения и высказывания. Отрицание



Высказывание – это утверждение, которое либо истинно, либо ложно.

ПРИМЕР: Какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями, а какие – ложными?

- а) «У всех кошек чёрная шерсть».
- б) «Некоторые птицы живут в городе».
- в) «Любая река впадает в море».

Все эти утверждения содержат вспомогательные слова «все», «некоторые», «любой», которые влияют на смысл сказанного.

Слова «любой», «все» и т.п. подразумевают, что нет исключений.

Существует ли река, впадающая не в море? Да. Например, Ангара, которая впадает в Енисей. С помощью примера мы показали, что утверждение в) «Любая река впадает в море» ложно. Такие опровергающие примеры называют контрпримерами.

Контрпример – пример, противоречащий утверждению.

Одно из умений, которыми нужно овладеть, – это умение строить отрицание к утверждению. Для простоты мы можем обозначить утверждение буквами.

Отрицание утверждения А – это такое утверждение В, что если А истинно, то В ложно, и наоборот, если А ложно, то В истинно.

Если в результате рассуждений получается, что одновременно верны и какое-то утверждение, и его отрицание, то в рассуждениях имеется логическая ошибка или сделано ошибочное предположение.

Задачи.

16.1. Дано высказывание: «городу Кирову в 2023 году больше 650 лет».



Можно ли утверждать, что это высказывание истинно? Если нет, приведите контрпример.

16.2. Выпишите все целые значения n , при которых высказывание истинно:

- а) «Число n не меньше 7, но меньше 10»;
- б) «Число n положительно, но не больше, чем 3,9».

16.3. Выпишите все целые значения m , при которых высказывание ложно:

- а) «Число m меньше, чем 8, но больше, чем 11»;
- б) «Модуль числа m не больше, чем 2».

16.4. В пенале 6 синих карандашей и 3 жёлтых. Какие из следующих высказываний истинны:

- а) «Среди любых четырёх карандашей из пенала обязательно будет синий»;
- б) «7 карандашей, выбранных из пенала, могут оказаться одного цвета»;
- в) «Любые 3 карандаша из пенала одного цвета»;
- г) «Среди любых 8 карандашей из пенала обязательно 2 жёлтых»?

16.5. Площадь прямоугольника равна 36. Известно, что длины его сторон – натуральные числа. Про какие из следующих утверждений можно сказать, что они являются истинными высказываниями:

- а) «Длина хотя бы одной из сторон – чётное число»;
- б) «Этот прямоугольник является квадратом»;
- в) «Периметр этого прямоугольника больше, чем 72»;
- г) «Периметр этого прямоугольника меньше, чем 75»?

16.6. Постройте отрицание утверждения:

- а) «Любой магазин в городе Киров называется «Кировский»».
- б) «Город Киров расположен в Африке».

16.7. Дано уравнение $(x-1)(x-2)=0$. Истинны или ложны высказывания:

- а) «Любое значение x удовлетворяет данному уравнению»;
- б) «Ни одно значение x не удовлетворяет данному уравнению»;
- в) «Существует число, которое является решением данного уравнения»;
- г) «Некоторые числа являются решениями данного уравнения»?

16.8. Определите, истинны или ложны следующие высказывания, и постройте отрицания:

- а) «Кикимора из Казахстана»;
- б) «В Кировской области нет реки, название которой начинается с буквы «Л»»;
- в) «Киров находится на 7 холмах».

16.9. Сформулируйте отрицание для утверждения:

- а) «При бросании игрального кубика выпало менее 3 очков»;
- б) «При бросании игрального кубика выпало простое число очков».

16.10. Игральную кость бросили 2 раза. Сформулируйте отрицание для следующих утверждений:

- а) «Четыре очка не выпало ни разу»;
- б) «Оба раза выпало 5 очков».

Домашнее задание.



1. Ответьте на вопросы:

- а) Что такое высказывание? Всякое ли утверждение является высказыванием?
- б) Верно ли, что:
- 1) чтобы опровергнуть утверждение, достаточно привести контрпример;
 - 2) чтобы доказать утверждение, достаточно привести пример, когда оно истинно?
- в) Для некоторого утверждения А высказывание «неверно, что не А» ложно. Истинно или ложно А?

2. Определите, истинны или ложны следующие высказывания, и постройте отрицания для ложных высказываний:

- а) «Историческое название Кирова – Вятка»;
- б) «За свою историю город Киров пережил 2 переименования»;
- в) «Дымковской игрушке менее 400 лет»;
- г) «Население города Киров менее 400 000 человек (2023 г.)».

3. Известно, что натуральное число x делится на 12. Какие из утверждений являются истинными высказываниями:

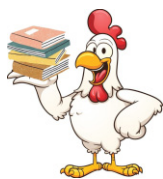
- а) « x делится на 6»;
- б) «Последняя цифра числа x чётная»;
- в) «144 делится на x »;
- г) « x делится на 9»?

4. Симметричную монету бросили трижды. Сформулируйте отрицание для следующих утверждений:

- а) «Орёл не выпал ни разу»;
- б) «Все три раза выпал орёл».



17. Условные утверждения



Утверждения, составленные с помощью логической конструкции *если... то...*, называют **условными утверждениями**.

Первое утверждение называется *условием* или посылкой, а второе – *следствием*.

Правило. Условное утверждение истинно, если следствие истинно или если посылка ложна.

Иными словами, условное утверждение $A \rightarrow B$ будет ложным, только при попытке получить ложь из истины. Во всех прочих случаях утверждение $A \rightarrow B$ истинно.

Задачи.

17.1. Является истинным или ложным высказывание:

а) «Если $3 < 5$, то сумма внутренних углов треугольника равна 190° »;

б) «Если $5 < 3$, то сумма внутренних углов треугольника равна 190° »?



17.2. К утверждению «Если ..., то на этих двух игральных кубиках в сумме выпало больше 11 очков», подберите такую посылку, чтобы утверждение стало истинным высказыванием.

17.3. К утверждению «Если ..., то на этих двух игральных кубиках в сумме выпало 7 очков», подберите такую посылку, чтобы оно было ложным.

17.4. К утверждению «Если ..., то город Киров расположен в Африке», подберите такую посылку, чтобы утверждение стало истинным высказыванием.

17.5. В жилых домах, в которых больше 5 этажей, должен быть установлен лифт. Считая, что это условие соблюдается, укажите, какие из утверждений являются истинными высказываниями:

а) «Если в доме нет лифта, то в этом доме больше 5 этажей»;

б) «Если в доме больше 6 этажей, то в нём есть лифт»;

в) «Если в доме лифта нет, то в этом доме меньше 5 этажей»;

г) «Если в доме нет лифта, то он не выше 6 этажей»;

д) «Если в доме 4 этажа, то в нём лифта нет»;

е) «Если в доме не больше 5 этажей, то в нём нет лифта»;

ж) «Если в доме есть лифт, то в этом доме есть 5-й этаж».

Домашнее задание.

1. Даны 3 высказывания:

- А) «Число x делится на 3»;
- В) «Число x делится на 6»;
- С) «Число x чётное».

Какие из следующих высказываний истинны при любом значении x :

- а) $A \rightarrow B$;
- б) $B \rightarrow A$;
- в) $B \rightarrow C$?



2. Выходя на улицу, Анна Дмитриевна обязательно надевает перчатки. Какие из следующих высказываний истинны:

- а) «Если Анна Дмитриевна без перчаток, значит, она дома»;
- б) «Если Анна Дмитриевна без перчаток, значит, она не на улице»;
- в) «Если Анна Дмитриевна в перчатках, значит, она на улице»;
- г) «Если Анна Дмитриевна на улице, значит, она в перчатках»;
- д) «Если Анна Дмитриевна дома, значит, она без перчаток»?



18. Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и достаточные условия.



Обратные и равносильные утверждения.

Если исходное утверждение записать в виде $A \rightarrow B$, то обратное ему утверждение имеет вид $B \rightarrow A$. Такие утверждения называют **взаимно обратными**.

Если утверждение $A \rightarrow B$ истинно, то обратное утверждение $B \rightarrow A$ не обязательно истинно.

Если всё же два взаимно обратных утверждения истинны или ложны одновременно, то они **равносильны**.

Равносильные утверждения – это утверждения, которые являются одновременно истинными или одновременно ложными.

Необходимые и достаточные условия, признаки и свойства.

Посмотрим на условное утверждение «Если A , то B ». Оно говорит, что если посылка A истинна, то этого достаточно, чтобы следствие B также оказалось истинным.

Поэтому утверждение A часто называют **достаточным условием** для B .

Значит, если B ложно, то A не может быть истинным. Можно сказать, что «без B не будет A »

Поэтому B называют **необходимым условием** для A .

Задачи.

18.1. Постройте утверждение, обратное данному:

- а) «Если предмет сделан из дерева, то он не тонет в воде»;
- б) «Если число оканчивается двумя нулями, то оно делится на 100»;
- в) «Если у человека отчество Дмитриевич, то его отца зовут Дима».



18.2. Рассмотрим утверждения:

A: «Натуральное число N делится на 3»;

B: «Натуральное число N делится на 9»;

C: «Сумма цифр натурального числа N делится на 3»;

D: «Сумма цифр натурального числа N делится на 9».

Запишите символически с помощью букв и стрелок следующие утверждения и обратное к нему:

- а) «Если сумма цифр натурального числа N делится на 9, то это число делится на 3»;

б) «Если натурально число N делится на 9, то сумма цифр этого числа делится на 3».

Какие из этих утверждений являются истинными высказываниями?

18.3. Пусть N – натуральное число. Даны утверждения:

A: « N делится на 3»,

B: « N делится на 9»,

C: «Сумма цифр числа N делится на 3»;

D: «Сумма цифр числа N делится на 9»;

E: «Число N является натуральной степенью числа 2».

Составьте из этих утверждений два взаимно обратных условных утверждения:

а) так, чтобы оба были истинными высказываниями;

б) так, чтобы одно из них было истинным, а обратное могло оказаться ложным;

в) так, чтобы оба утверждения оказались ложными высказываниями.

18.4. Предположим, что N – некоторое натуральное число. Найдите равносильные утверждения.

A: «Число N чётное»;

B: «Число N равно $2k$ для некоторого натурального числа k »;

C: «Число N даёт остаток 2 при делении на 4»;

D: «Число N заканчивается одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8»;

E: «Число N делится на 2, но не делится на 4».



Домашние задания.

1. Постройте утверждение, обратное данному:

а) «Если прежнее название было Вятская губерния, то современное название – Кировская область»;

б) «Если спрашивают о родине Кикиморы, то правильный ответ – Вятка»;

в) «Если область на карте похожа на петушка, то это Кировская область».

2. Ответьте на вопросы:

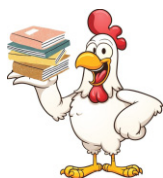
а) Как называются два утверждения, которые одновременно истинны или одновременно ложны?

б) Приведите пример истинного высказывания, обратное к которому не является истинным.

в) Приведите пример теоремы-признака, известной вам из геометрии.



19. Противоположные утверждения. Доказательство от противного.



Взаимно противоположные утверждения

Утверждение $A \rightarrow B$ и $\text{не } A \rightarrow \text{не } B$ называют **противоположными** друг другу.

Если из утверждения A следует утверждение B , то это не означает, что из утверждения $\text{не } A$ следует утверждение $\text{не } B$.

Доказательство от противного

Утверждения $A \rightarrow B$ и $\text{не } B \rightarrow \text{не } A$ равносильны, то есть одновременно оба истинны или оба ложны. Поэтому вместо одного можно доказывать другое.

На таком рассуждении построено доказательство от противного.

Доказательство состоит из трёх шагов.

1. Сначала делают предположение, что истинное утверждение $\text{не } B$.
2. Затем приходят к противоречию с каким-нибудь истинным высказыванием.
3. Делают вывод о том, что сделанное предположение ложно, а значит, утверждение B истинно.

Задачи.

19.1. В магазине продаются булочки с яблочным джемом и абрикосовым вареньем. Все булочки с яблочным джемом посыпаны корицей. Паша купил булочку без корицы. Докажите, что в ней абрикосовое варенье.



19.2. В ящике лежат 20 синих и 20 зелёных носков. Докажите, что если наугад вынуть из ящика 3 носка, хотя бы два из них окажутся одного цвета.

19.3. Антип Петрович разорвал газетный лист пополам. Потом взял один из кусков и разорвал его пополам. Опять взял один из кусков и разорвал пополам. Антип Петрович может рвать газету таким образом сколь угодно много раз. Сможет ли он в результате получить 100 кусков?

19.4. Пётр Антипович разорвал газетный лист на 3 части. Потом взял один из кусков и разорвал его на три части. Опять взял один из кусков и разорвал на 3 части. Пётр Антипович может рвать газету таким образом сколь угодно много раз. Докажите, что Пётр Антипович не сможет получить в результате 100 кусков.

19.5. Докажите, что существует только одно простое чётное число.

Домашние задания.

1. Ответьте на вопросы:

- а) Какие утверждения называют противоположными?
- б) Из каких шагов состоит доказательство от противного?
- в) На каком рассуждении построено доказательство от противного?



2. Сколько существует простых чисел, которые делятся:

- а) на 5;
- б) на 100.



6

Случайные опыты и случайные события

20. Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий.

21. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как узнать вероятность события.



Несмотря на то, что наш регион северный, мы первые в России по производству молока. Кировская область – регион «белой нефти».

20. Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий.



Случайный опыт (эксперимент, наблюдение, испытание) – это некоторое действие, которое можно повторить большое количество раз в одинаковых условиях, а результат этого действия зависит от случая и его невозможно предсказать.

Пример: Вы выиграли в лотерею – случайное событие. Пригласили друзей отпраздновать выигрыш, а они по дороге к вам застряли в лифте – тоже случайное событие. Однако мастер оказался поблизости и освободил всю компанию через десять минут – это тоже можно считать счастливым случайным событием.

Примерами случайных испытаний являются подбрасывание монеты, покупка лотерейного билета, вытаскивание карты из колоды, результаты стрельбы по мишени.

Случайное событие – это событие, которое в ходе опыта может произойти или не произойти.

Теория вероятностей – это раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

В теории вероятностей шанс того, что случайное событие произойдет, выражается числом. Это число называют вероятностью случайного события.

Если событие никогда не наступает (его шансы равны нулю), то вероятность этого события полагают равной 0. Такое событие называют невозможным.

Если же событие наступает всегда, его вероятность полагают равной 1. Такое событие называют достоверным.

Вероятности остальных событий – это числа между 0 и 1. Таким образом, вероятность случайного события – это числовая мера его правдоподобия. Чем больше шансов у такого события произойти, тем выше его вероятность.

Повторяя случайный опыт много раз, мы можем увидеть, сколько раз интересующее нас событие происходит, а сколько раз – не происходит. На основе этих данных можно вычислить частоту случайного события – отношение числа тех опытов, в которых событие произошло, к общему числу проведенных опытов:

$$W(A) = \frac{k}{n},$$

где $W(A)$ – частота события;

k – количество опытов, в которых событие произошло;

n – общее количество проведенных опытов.



Задачи.

20.1. Ответьте на вопросы:

- а) Какие события мы называем случайными?
- б) Является ли случайным событие «Летом у меня будут каникулы»?
- в) Является ли случайным событие «Мне сегодня встретится чёрная кошка»?
- г) Вообразите, что вы отправились на рыбную ловлю. Какие случайные события могут произойти при этом?
- д) Какова вероятность того, что на светофоре загорится синий свет? Какой тип этого события?
- е) Какова вероятность, что после осени наступит зима? Какой тип этого события?

20.2. Укажите, какие из перечисленных событий, по вашему мнению, являются достоверными, а какие невозможными:

- а) Монета, брошенная на гладкую жёсткую поверхность, встала на ребро.
- б) На игральном кубике выпало 7 очков.
- в) На игральном кубике выпало от 1 до 6 очков.
- г) Номер открытой страницы в книге – дробное число.
- д) Номер открытой страницы в книге не меньше 1.
- е) 1 января в школе не будет уроков.

20.3. За четверть было задано 20 домашних заданий, из них Владимир не сделал 4. Найдите частоту выполнения домашних заданий.

20.4. В коробке находятся 14 белых, 20 чёрных и 16 красных шаров. Наугад вынимается один шар. Какова частота события «шар оказался белым»?

20.5. В стране за год родилось 1200 тыс. детей, 612 тыс. мальчиков, 588 тыс. девочек. Какова частота рождения мальчиков? На сколько она отклоняется от теоретической вероятности (вероятность рождения мальчика 51%).

20.6. В опросе участвовали 1200 человек: 700 женщин (из них 400 с высшим образованием) и 500 мужчин (из них 250 с высшим образованием). Вопросы:

- а) Какова частота женщин среди опрошенных?
- б) Какова частота людей с высшим образованием среди мужчин?

20.7. В соревнованиях по биатлону участвуют 15 человек. Во время эстафеты каждый сделал на первой огневой точке по пять выстрелов. Результаты стрельбы представлены в таблице (0 – промах, 1 – попадание).

Номер спортсмена	1	2	3	4	5
Результаты стрельбы	00011	10011	11101	01110	10101

Номер спортсмена	6	7	8	9	10
Результаты стрельбы	10100	01101	10110	01111	01000
Номер спортсмена	11	12	13	14	15
Результаты стрельбы	01010	00110	11110	11001	00010

Найдите частоту события:

- «стрелок не попал с первого раза»;
- «стрелок промахнулся ровно два раза»;
- «стрелок промахнулся не менее двух раз»;
- «стрелок ни разу не промахнулся»;
- «стрелок сделал пять выстрелов».

Домашнее задание.



1. Какова, по вашему мнению, вероятность события:

- Завтра на улице вам встретится Александр Пушкин.
- Число дней в следующем месяце не превысит 31.
- В вашей ванне поселится красный крокодил в синюю полоску.
- На морозе вода в стакане через некоторое время замёрзнет.

2. В 2023 году в Кирове родилось 8433 ребенка, из них 4370 мальчиков и 4063 девочки. Найдите, на сколько частота рождения мальчика больше частоты рождения девочки (результат округлите до сотых).

3. Случайный опыт заключается в том, что стрелок в тире стреляет по мишени, пока не попадёт. Опыт провели 10 раз. Результаты серии опытов представлены в таблице.

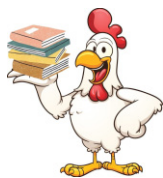
Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С какого выстрела попал в цель	3	2	5	3	10	7	1	6	4	3

Найдите частоту события:

- Стрелок попал в мишень с третьего раза;
- Для поражения мишени стрелку понадобилось не более трёх выстрелов;
- Стрелок попал в мишень с восьмого раза.



21. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как узнать вероятность события.



Долгое время теория вероятностей считалась чисто опытной наукой и «не совсем математикой».

Существуют разные способы определения вероятности, например, экспериментальный или статистический. При многократных повторениях опыта частоты случайных событий оказываются близки к их вероятности. Если повторять опыт много раз, то вероятность случайного события можно оценить его частотой. В других случаях вероятность можно установить исходя из симметрии, например, при бросании симметричной монеты шансы выпадения орла и решки одинаковы, поэтому вероятность выпадения орла или решки равна 0,5.

Формула вычисления вероятности по внешнему виду похожа на формулу частоты:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где $P(A)$ – вероятность события,

m – количество исходов, благоприятных этому событию,

n – количество всех исходов.

Отличие между частотой события и вероятностью заключается в том, что частота является числом, полученным путём подсчёта количества раз, когда событие произошло в эксперименте, а вероятность – числовой мерой, определяющей степень уверенности в том, что событие произойдёт в будущем.

Математическая монета, используемая в теории вероятностей, лишена многих качеств настоящей монеты. У математической монеты нет цвета, размера, веса и достоинства. Она не сделана ни из какого материала и не может служить платёжным средством.

Бросание монеты – случайный опыт, который может закончиться либо орлом (О), либо решкой (Р). Всего два события, и одно из них обязательно произойдёт.

Математическая игральная кость, которая обсуждается в теории вероятностей – это математический образ правильной кости. Выпадения всех граней равновозможны. Подобно математической монете, математическая кость не имеет ни цвета, ни размера, ни веса, ни иных материальных качеств.

Задачи.

21.1. Ответить на вопросы:

а) Что такое бросание монеты?

б) Если бросить монету два раза, то какие исходы могут получиться?



в) Если бросить игральный кубик два раза, то сколько исходов может получиться?

21.2. Бросают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее 4 очков.

21.3. Монету подбрасывают 2 раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадут орлы?

21.4. Игральная кость для настольной игры имеет форму икосаэдра – правильного выпуклого многогранника с двадцатью гранями. Исходя из симметрии кости, вычислите вероятность события:

- а) «при броске кости выпало 15 очков»;
- б) «при броске кости выпало чётное число очков».

21.5. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна. Ответ округлите до сотых.

21.6. Практическая работа «Подбрасывание орла».

Оборудование: 1–2 рублёвые монеты.

Ход работы:

Подбросьте монету 100 раз, сосчитайте количество выпадений орла.

Вычислите частоту выпадения орла.

Занесите свои данные в общую таблицу класса

Номер ученика	1	2	3	4	...	30	Итого
Число орлов							
Частота выпадения орла							

- 4) Вычислите итоговое значение частоты выпадения орла.
- 5) Сравните полученные частоты с вероятностью выпадения орла.
- 6) Сделайте вывод о соответствии частоты и вероятности выпадения орла.



Домашнее задание.

- 1. Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.
- 2. Одновременно бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.



Источники

1. 10 лучших музеев Кирова – Tripadvisor: страница о музеях Кирова на сайте для путешественников Tripadvisor. URL: https://www.tripadvisor.ru/Attractions-g1380981-Activities-c49-Kirov_Kirov_Oblast_Volga_District.html (дата последнего обращения 15.08.2025).
2. Административно-территориальное деление Кировской области. Википедия. URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Административно-территориальное_деление_Кировской_области (дата последнего обращения 15.08.2025).
3. Восход солнца в Кирове сегодня-завтра, время восхода и заката солнца в Кирове, Кировская область, Россия: сайт. URL: https://world-weather.ru/pogoda/russia/kirov_1/sunrise/?ysclid=ln00krnh85248755119 (дата последнего обращения 15.08.2025).
4. ВПР-2025, математика – 8: задания, ответы, решения. Образовательный портал для подготовки к экзаменам: сайт. URL: <https://math8-vpr.sdangia.ru/test?theme=87> (дата последнего обращения 15.08.2025).
5. Вятский край: события библиотечной жизни. 2023 год: / сост. Н.Н. Ярославцева; Кировская ордена Почёта государственная универсальная областная научная библиотека им. А.Н. Герцена, научно-методический отдел. – Киров: КОГБУК «КОУНБ им. А.И. Герцена», 2024.: электронная публикация. URL: https://herzenlib.ru/main/doc/publish/2024_vyatskii_krai.pdf (дата последнего обращения 15.08.2025).
6. Герценка: Вятские записки – Судьба купеческого флота: сайт. Киров. URL: https://herzenlib.ru/almanac/number/detail.php?NUMBER=number3&ELEMENT=gerzenka3_4_7 (дата последнего обращения 15.08.2025).
7. Зарплаты в Кирове за 2024 г., средняя зарплата в Кирове | ГородРабот.ру: сайт. URL: <https://kirov.gorodrabot.ru/salaries?y=2024> (дата последнего обращения 15.08.2025).
8. Знаменитые вятчане: офиц. сайт правительства Кировской области. URL: <https://www.kirovreg.ru/region/80years/famous.php#2> (дата последнего обращения 15.08.2025).
9. Карта Кирова: сайт. URL: <https://kirov.ginfo.ru> (дата последнего обращения 15.08.2025).
10. Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень. Учебник в двух частях. Часть 1. Под ред. И.В. Ященко, М: Просвещение, 2023 г.
11. Математическая вертикаль. Теория вероятностей и статистика. 7 класс. Урок 43. Точность измерения. Методическая консультация. Московский центр непрерывного математического образования: сайт. URL: https://ptlab.mcsme.ru/sites/ptlab.mcsme.ru/files/7_43_itog.pdf (дата последнего обращения 15.08.2025).
12. Население. Региональная база статистических данных. Федеральная служба государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: <http://statkirov.43.rosstat.gov.ru/dg/dg6/dbinet.cgi> (дата последнего обращения 15.08.2025).

13. О состоянии дорожной сети в Кировской области на конец 2022 года. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: https://43.rosstat.gov.ru/news_resp/document/210910 (дата последнего обращения 15.08.2025).

14. Основные тенденции изменения возрастно-полового состава населения Волго-Вятского региона в 1939-1945 гг.: Электронный научный архив УрФУ. URL: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/120058/1/978-5-94646-666-0_021.pdf (дата последнего обращения 15.08.2025).

15. Оформление писем и посылок: сайт АО «Почта России». URL: <https://www.pochta.ru/shipment?type=PARCEL&weight=200> (дата последнего обращения 15.08.2025).

16. Показатели развития | ЕМИР. Сводный аналитический отчёт. Кировская область за 2024 год. Единый методический информационный ресурс в области физической культуры, спорта и спортивной медицины: официальный интернет-портал Минспорта России. URL: <https://emir.gov.ru/analytics/indicators/reports/ru-kir> (дата обращения: 15.08.25).

17. Показатели состояния и развития науки в Кировской области: блог «Опросы. Кировская область» в социальной сети Одноклассники. URL: <https://ok.ru/group59429272617045/topic/153794019328853> (дата последнего обращения 15.08.2025).

18. Предпринимательство. Региональная база статистических данных. Федеральная служба государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: <http://statkirov.43.rosstat.gov.ru/dg/dg7/dbinet.cgi> (дата последнего обращения 15.08.2025).

19. Распределение населения по основным возрастным группам по Кировской области на 1 января 2024 г. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: <https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Распределение%20населения%20по%20основным%20возрастным%20группам%20по%20Кировской%20области%20на%201%20января%202024%20года.htm> (дата последнего обращения 15.08.2025).

20. Распределение населения по основным возрастным группам по Кировской области на 1 января 2020 г. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: <https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/zBG0psZC/Распределение%20населения%20по%20основным%20возрастным%20группам.htm> (дата последнего обращения 15.08.2025).

21. Средняя заработная плата по категориям персонала в организациях социальной сферы и науки Кировской области за январь-июнь 2023 г. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: [https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/ZP\(9\).htm](https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/ZP(9).htm) (дата последнего обращения 15.08.2025).

22. Статистика о состоянии дорожной сети в Кировской области. ПРЕСС-ВЫПУСК. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики

по Кировской области: офиц. сайт. URL: <https://43.rosstat.gov.ru/storage/mediabank/gHGGbha5/Дороги%20Кировская%20область.pdf> (дата последнего обращения 15.08.2025).

23. Температура воздуха и осадки по месяцам и годам: Киров (Кировская область, Россия): сайт. URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/27199.htm> (дата последнего обращения 15.08.2025).

24. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Кировской области: офиц. сайт. URL: <https://43.rosstat.gov.ru> (дата последнего обращения 15.08.2025).

Учебное издание

НеВероятная Вятка

*Учебное пособие по статистике
и теории вероятностей
для 7 класса*

Подписано в печать 21.08.2025 г.

Гарнитура Times New Roman. Формат 60×84 1/16

Бумага офсетная. Усл. п. л. 9.07

Тираж 50 экз. Заказ № xxx/2025

Кировское областное государственное образовательное автономное
учреждение дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования Кировской области»
610046, Кировская обл., г. Киров, ул. Романа Ердякова, д. 23, к. 2
Тел.: 8 (8332) 25-54-42 (доб. 301)
E-mail: rio@kirovipk.ru

Отпечатано в ООО «Полиграфовна»
610037, г. Киров, ул. Пархоменко, д. 9, помещение 1001
тел. 8 /8332/ 66-15-16, 66-15-15, 44-95-81