

Министерство образования Кировской области

Кировское областное государственное образовательное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Институт развития образования Кировской области»
(КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»)

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ИРО Кировской области

Н.В. Соколова

№ 4 от 18.09.2025

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА
(повышения квалификации)

«Методика преподавания олимпиадной математики: теория и практика»

для учителей математики
(в количестве 24 часов)

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Цель реализации программы: повышение профессиональных компетенций педагогов в области методики преподавания олимпиадной математики.

1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Модуль "Предметное обучение. Математика"	Содействие в подготовке обучающихся к участию в математических олимпиадах, конкурсах, исследовательских проектах, интеллектуальных марафонах, шахматных турнирах и ученических конференциях	Алгебраические, геометрические, комбинаторные и нестандартные методы решения олимпиадных задач по математике в основной школе	Использовать алгебраические, геометрические, комбинаторные и нестандартные методы решения олимпиадных задач по математике в основной школе

1.3. Категория слушателей – учителя математики общеобразовательных организаций.

1.4. Форма обучения – очная.

1.5. Срок освоения программы - 24 часа.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1 Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего час.	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля
			Лекции	Интерактивные занятия	
	Входная диагностика	1		1	тест
1.	Система подготовки обучающихся к олимпиадам	2	2		
2.	Теоретические и прикладные аспекты олимпиадной математики в основной школе: алгебраические, геометрические, комбинаторные и нестандартные методы	19			тест
2.1.	Алгебра и теория чисел в олимпиадной математике	5	2	3	
2.2.	Геометрия в олимпиадной математике	5	2	3	
2.3.	Комбинаторика в олимпиадной математике	4	2	2	
2.4.	Специальные олимпиадные методы	5	2	3	
3.	Итоговая аттестация	2		2	контрольная работа
	ИТОГО:	24	10	14	

2.2. Рабочая программа

Входная диагностика (1 час)

Проведение тестирования.

1. Система подготовки обучающихся к олимпиадам (лекция – 2 часа)

Лекция. Нормативно-правовая документация в сфере образования РФ. Основные изменения в содержании математического образования с учётом ФГОС. Перечень математических олимпиад, проводимых в РФ. Порядок проведения всероссийской олимпиады школьников. Содержание и предметное наполнение образовательных программ олимпиадной подготовки школьников. Организация математических олимпиад и состязаний, подбор олимпиадных заданий, критерии проверки. Разработка рабочих листов для проведения занятий: цепочка задач, работа с базовой конструкцией.

2. Теоретические и прикладные аспекты олимпиадной математики в основной школе: алгебраические, геометрические, комбинаторные и нестандартные методы (19 часов)

2.1. Алгебра и теория чисел в олимпиадной математике (лекция – 2 часа, практическое занятие – 3 часа)

Лекция. Методы решения олимпиадных алгебраических задач (доказательство от противного, принцип Дирихле, построение контрпримера, рекурсия, математическая индукция, пр.). Методы решения олимпиадных задач по теории чисел (арифметика остатков, алгоритм Евклида, китайская теорема об

остатках, малая теорема Ферма, метод Штурма, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, пр.).

Практическое занятие. Тренинг по решению олимпиадных алгебраических задач и задач по теории чисел. Обсуждение методов решения, возможных ошибок учащихся: подмена утверждения, логические пробелы, выбор неверного базиса, подбор частного случая в приведении контрпримеров, потеря решений, подмена условия, переусложнение, пр. Обсуждение приемов устранения ошибок: анализ частых логических, вычислительных и концептуальных промахов, постепенное усложнение задач, взаимная проверка решений, обсуждение альтернативных подходов, тренировка на задачах с явным выделением "противного" предположения, контрольные вопросы, журнал ошибок, визуализация, пр.

2.2. Геометрия в олимпиадной математике (лекция – 2 часа, практическое занятие – 3 часа)

Лекция. Методы решения геометрических задач: геометрический, алгебраический и комбинированный способы решения. Работа с геометрической конструкцией (вспомогательное построение, доказательство от противного, решение с конца). Использование инверсии, проективной геометрии, комплексных чисел. Цепочки задач с выходом на окружность Эйлера, вписанные углы, изогональное сопряжение.

Практическое занятие. Тренинг по решению олимпиадных геометрических задач. Обсуждение методов решения, возможных ошибок учащихся: неполное обоснование шагов, некорректное применение теорем, ошибки в вычислениях, ошибки в обратных утверждениях, неверное применение принципа крайнего, ошибки в инверсии и проективных преобразованиях, пропуск особых случаев, пр. Обсуждение приемов устранения ошибок: разбор контрпримеров, пошаговая верификация, тренировка на "ловушках", использование визуализации, оценка ответа, проверка размерности, пр.

2.3. Комбинаторика в олимпиадной математике (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)

Лекция. Особенности комбинаторных задач в олимпиадах. Отличие от школьных задач: нестандартные формулировки, необходимость обоснования решений. Классические подходы: правило суммы и произведения, принцип Дирихле, метод включений-исключений, перебор вариантов, дерево возможных вариантов, составление таблиц. Графы в комбинаторике: теорема о рукопожатиях, двудольные графы и паросочетания.

Практическое занятие. Тренинг по решению олимпиадных комбинаторных задач. Обсуждение методов решения, возможных ошибок учащихся: ошибки в применении комбинаторных формул, некорректное применение принципа умножения/сложения, неполный перебор случаев, утверждения без доказательства, подмена общего случая частным примером, неверное вычисление минимального количества объектов, ошибки в округлениях, неправильное моделирование условия, ошибки в отслеживании

изменений, фиксация на одном методе, пропуск проверки решения, пр. Обсуждение приемов устранения ошибок: контроль полноты перебора, проверка на избыточность, верификация через альтернативный метод, анализ граничных случаев, использование симметрии, проверка формулы на малых значениях, учет всех ограничений, декомпозиция сложной задачи, визуализация, пр.

2.4. Специальные олимпиадные методы (лекция – 2 часа, практическое занятие – 3 часа)

Лекция. Последовательное конструирование, непрерывность, оценка плюс пример, раскраска, замощения, принцип крайнего. Игры и стратегии. Инварианты. Полуинварианты. Конструктивы. Разбиения на пары и группы. Отношение порядка и сортировка.

Практическое занятие. Тренинг по решению олимпиадных задач специальными методами. Обсуждение методов решения, возможных ошибок учащихся: неправильный выбор порядка построения; отсутствие доказательства того, что конструкция удовлетворяет всем условиям задачи; неверный выбор функции или параметра; отсутствие проверки того, что функция действительно непрерывна; слишком грубая оценка, не достигающая оптимума; отсутствие примера, показывающего, что оценка точна; путаница верхней и нижней границы; выбор не самого "крайнего" элемент; игнорирование вырожденных случаев, пропуск ничейных позиций; путаница инварианта и монотонной величины; сортировка объектов по неподходящему критерию; неучет транзитивности или антисимметричности порядка, пр. Обсуждение приемов устранения ошибок: проверка крайних случаев, обратный ход, строгая формализация, поиск аналогий, альтернативные конструкции, пр.

3. Итоговая аттестация (2 час).

Проведение контрольной работы.

РАЗДЕЛ 3. ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Входной контроль

Форма: тестирование.

Описание, требования к выполнению задания:

Входная диагностика состоит из 10 тестовых вопросов, правильный ответ на каждый из которых оценивается в 1 балл.

Критерии оценивания:

Тест сдан, если слушатель набрал не менее 6 баллов.

Примеры заданий:

1. Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике проводится по заданиям, разработанным для:

- а) 4-11 классов;
- б) 5-11 классов;

в) 7-11 классов;

г) 9-11 классов.

2. Организаторами школьного этапа всероссийской олимпиады школьников являются:

а) образовательные организации;

б) органы местного самоуправления, осуществляющие управление в сфере образования;

в) органы исполнительной власти субъектов Российской Федерации, осуществляющие государственное управление в сфере образования;

г) Министерство просвещения Российской Федерации.

Количество попыток: 2.

Текущий контроль

Раздел программы «Теоретические и прикладные аспекты олимпиадной математики: алгебраические, геометрические, комбинаторные и нестандартные методы»

Форма: тестирование.

Описание, требования к выполнению заданий:

Итоговый контроль усвоения раздела программы осуществляется посредством тестирования слушателей. Тест содержит 5 вопросов. Ответом к каждому вопросу теста является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр.

Критерии оценивания:

Работа считается выполненной, если дано не менее 3 правильных ответов.

Примеры заданий:

1. Сколько существует натуральных чисел n таких, что $n^2 + 5n + 16$ является полным квадратом?

2. Из n одинаковых кубиков сложили куб. Затем этот куб разобрали и их части кубиков сложили новый куб. При этом остался 271 неиспользованный кубик. Найдите n .

3. Машина ехала три часа. В пути она сделала остановку, а остальное время двигалась с одной и той же скоростью (временем на торможение и разгон пренебрегаем). За первый час она проехала 90 км, за второй 60 км, за третий 45 км. Сколько минут длилась остановка?

Количество попыток: 1.

Итоговый контроль

Раздел программы «Итоговая аттестация»

Форма: Контрольная работа.

Описание, требования к выполнению заданий:

Контрольная работа предполагает решение задач по всем разделам учебного курса «Методика преподавания олимпиадной математики: теория и практика».

Критерии оценивания:

Работа считается выполненной, если верно решено не менее половины предложенных задач.

Примеры заданий:

1. Можно ли разрезать прямоугольник 15×43 на прямоугольники с целыми сторонами, у которых одна сторона больше другой на 7?

2. В ряд выложены чёрные и белые шашки так, что они чередуются через одну. Известно, что белых шашек ровно 52%. Сколько чёрных шашек выложено в ряд?

3. Четыре гимнастки – Алёна, Вера, Оля и Юля – рассказали о результатах соревнований:

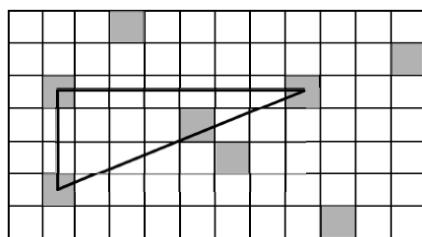
- Алёна: «Я не стала ни первой, ни последней».
- Вера: «Я не заняла последнее место».
- Оля: «Я – первая».
- Юля: «Я на последнем месте».

Известно, что три высказывания верны, а одно – ложно. Требуется определить, кто занял первое место.

4. Даны неотрицательные числа a, b, c , удовлетворяющие системе уравнений: $a^3 = 3b^2 + 3b + 4$, $b^3 = 3c^2 + 3c + 4$, $c^3 = 3a^2 + 3a + 4$.

Требуется найти значение произведения $(a-1)(b-1)(c-1)$.

5. Клетки бесконечно клетчатой плоскости раскрашены в два цвета. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник, вершины которого расположены в центрах клеток, катеты которого параллельны линиям сетки, с длинами катетов не меньшими, чем три клетки, все три вершины которого раскрашены в один цвет. Пример такого треугольника показан на рисунке.



Количество попыток: 2.

РАЗДЕЛ 4. ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение программы

Литература

1. Агаханов Н. Х., Кожевников П. А., Подлипский О. К. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2009. Задачи и решения. Заключительные этапы. Классический сборник задач повышенной сложности. – М.: изд-во МЦНМО, 2020. – 552 с.

2. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Муниципальные олимпиады Московской области по математике. – М.: изд-во МЦНМО, 2020. – 176 с.
3. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. – М.: изд-во МЦНМО, 2022. – 336 с.
4. Блинков, А.Д. Классические средние в арифметике и геометрии / А.Д. Блинков. – М: МЦНМО, 2016. – 171 с.
5. Будаков Б.А., Золотарева Н.Д., Федотов М.В. Геометрия. Углубленный курс с решениями и указаниями: учебно-методическое пособие. – М.: Лаборатория знаний, 2022. – 601 с.
6. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: изд-во МЦНМО, 2022. – 400 с.
7. Волчкевич М.А. Математика. Универсальный многоуровневый сборник задач 7-9 классы. Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 3 частях. Ч.2. Геометрия. – М.: Просвещение, 2020. – 240 с.
8. Волчкевич М.А. Уроки геометрии в задачах. 7-8 классы. – М.: изд-во МЦНМО, 2022. – 208 с.
9. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы. – М.: изд-во МЦНМО, 2019. – 400 с.
10. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: изд-во МЦНМО, 2020. – 560 с.
11. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7-9 классы. – М.: изд-во МЦНМО, 2023. – 416 с.
12. Гордин Р.К. Теоремы и задачи школьной геометрии. Базовый и профильный уровни. – М.: изд-во МЦНМО, 2022. 96 с.
13. Гуровиц, А.Д. Графы / В.М. Гуровиц, В.В. Ховрина. – М: МЦНМО, 2017. – 32 с.
14. Евдокимов М.А. Сто граней математики. Библиотечка журнала Квантик. Выпуск 1. – М.: изд-во МЦНМО, 2020. – 176 с.
15. Зив Б.Г. Задачи по геометрии. 7-11 классы: учебное пособие для общеобразовательных организаций: углубленный уровень. – М.: Просвещение, 2023. – 272 с.
16. Золотарева Н.Д., Будаков Б.А., Сазонов В.В., Федотов М.В. Математика. Сборник задач по углубленному курсу: учебно-методическое пособие. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 329 с.
17. Золотарева Н.Д., Попов Ю.А., Сазонов В.В., Федотов М.В. Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями: учебно-методическое пособие. – М.: Лаборатория знаний, 2021. – 549 с.
18. Канель-Белов, А.Я. Как решать нестандартные задачи / А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи. – М.: АСА, 2023. – 96 с.
19. Кожухов С.Ф., Совертков П.И. Алгебраические задачи повышенной сложности для подготовки к ЕГЭ и олимпиадам. – М.: Лаборатория знаний, 2021. – 259 с.

20. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? – М.: изд-во МЦНМО, 2022. – 568 с.
21. Математическая составляющая / ред.-сост. Н.Н. Андреев. – М.: Фонд «Математические этюды», 2019. – 367 с.
22. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – М.: изд-во МЦНМО, 2022. – 640 с.
23. Раскина И. В., Шаповалов А.В. Комбинаторика: заседание продолжается. – М.: изд-во МЦНМО, 2023. 256 с.
24. Раскина И.В., Блинков А.Д. Текстовые задачи. – М.: изд-во МЦНМО, 2023. – 230 с.
25. Раскина, И.В. Логические задачи / И.В. Раскина, Д. Э. Шноль. – М: МЦНМО, 2016. – 120 с.
26. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Геометрические задачи на развитие критического мышления. – М.: изд-во МЦНМО, 2021. – 96 с.
27. Толпыго А.К. Нестандартные задачи из запасников математических олимпиад. – М.: изд-во МЦНМО, 2019. 208 с.
28. Шаповалов, А.В. Как построить пример / А.В. Шаповалов. – М.: МЦНМО, 2018. – 80 с.
29. Шень А. Перестановки. – М.: изд-во МЦНМО, 2022. – 40 с.

Электронные обучающие материалы

1. Библиотека «Math.ru» [Электронный ресурс] // Math.ru. – Режим доступа: <https://math.ru/>
2. Интернет-проект «Задачи» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://problems.ru/about_system.php
3. Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://rosolymp.ru/>
4. Квант. Статьи по математике [Электронный ресурс] // Научно-популярный физико-математический журнал «Квант». – Режим доступа: <https://kvant.mcsme.ru/>
5. Малый мехмат МГУ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://mmmf.msu.ru/>
6. Математические олимпиады и олимпиадные задачи [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.zaba.ru/all.html>
7. Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://mathus.ru/>
8. Московская математическая олимпиада [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://olympiads.mcsme.ru/mmo/>
9. Олимпиада им. Леонарда Эйлера [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.matol.ru>.
10. Олимпиады по теории вероятностей [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ptlab.mcsme.ru/olympiad>
11. Республиканская олимпиада. Одаренный ребенок [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://kazan-math.info/respublikanskaya-olimpiada/>

12. Турнир Городов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.turgor.ru/>

13. Турнир имени М.В. Ломоносова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://turlom.olimpiada.ru/>

Интернет-ресурсы

1. Московский центр непрерывного математического образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://mccme.ru/ru/>

2. Учебно-методический журнал «Математика» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://mat.1sept.ru/>

3. Образовательный центр «Сириус» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sochisirius.ru/obuchenie/>

4. Единое содержание общего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://edsoo.ru/>

5. Олимпиады Учи.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://olympiads.uchi.ru/>

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Технические средства обучения

Реализация программы в очном формате обеспечена компьютерным и мультимедийным оборудованием для аудиовизуального обучения с выходом в сеть Интернет. Имеется комплект учебно-методического сопровождения, включающий текстовые и презентационные материалы по темам программы.

Для проведения практикумов в институте оборудованы компьютерные классы, оснащенные компьютерами и программным обеспечением для организации совместной работы.

Институт предоставляет обучающимся доступ к электронным образовательным ресурсам через систему дистанционного обучения на интернет-портале института на платформе Moodle <https://sdo.kirovipk.ru/>