

Министерство образования Кировской области

Кировское областное государственное образовательное автономное учреждение  
дополнительного профессионального образования  
«Институт развития образования Кировской области»  
(КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»)

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ИРО Кировской области

Н.В. Соколова

№7 от 17.10.2024

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА**

**(повышения квалификации)**

**«Особенности углубленного изучения математики**

**в условиях реализации обновленных ФГОС»**

для учителей математики

*(в количестве 32 часов)*

# 1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

**1.1. Цель реализации программы:** совершенствование профессиональных компетенций учителя математики в области обучения на углубленном уровне.

**1.2. Планируемые результаты обучения**

| Трудовая функция   | Трудовое действие  | Знать  | Уметь   |
|--|--|--|---|
| Общепедагогическая функция.<br>Обучение.<br>Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» | Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования | Особенности построения содержания и требований к результатам обучения углубленного уровня.<br>Трудные темы нового предметного содержания.<br>Подходы к формированию результатов обучения | Решать учебные задания по трудным темам предметного содержания углубленного уровня.<br>Применять знания предметного содержания углубленного уровня для разработки учебных заданий |

**1.3.** Категория слушателей – учителя математики общеобразовательных организаций.

**1.4.** Форма обучения – очная.

**1.5.** Срок освоения программы – 32 часа.

## РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### 2.1 Учебно-тематический план

| № п/п     | Наименование разделов (модулей) и тем  | Всего час. | Виды учебных занятий, учебных работ |                       | Формы контроля     |
|-----------|--|------------|-------------------------------------|-----------------------|--------------------|
|           |  |            | Лекции                              | Интерактивные занятия |                    |
| <b>1.</b> | <b>Государственная политика в образовании</b>  | <b>2</b>   | <b>2</b>                            |                       | Тест               |
| 1.1.      | Единое образовательное пространство обучения, воспитания и развития  |            | 1                                   |                       |                    |
| 1.2.      | Цифровая трансформация образования   |            | 1                                   |                       |                    |
| <b>2.</b> | <b>Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне</b>                           | <b>28</b>  | <b>12</b>                           | <b>16</b>             | Тест               |
| 2.1.      | Федеральные рабочие программы по математике: содержание и требования к результатам обучения                  | 2          | 2                                   |                       |                    |
| 2.2.      | Методы обучения решению уравнений повышенного уровня сложности   | 4          | 2                                   | 2                     |                    |
| 2.3.      | Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности  | 4          | 2                                   | 2                     |                    |
| 2.4.      | Методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности                    | 8          | 2                                   | 6                     |                    |
| 2.5.      | Методика обучения решению задач с параметрами высокого уровня сложности на основе применения ключевых умений | 6          | 2                                   | 4                     |                    |
| 2.6.      | Методические приемы обучения решению задач на вероятности сложных событий                                    | 4          | 2                                   | 2                     |                    |
| <b>3.</b> | <b>Итоговая аттестация</b>   | <b>2</b>   |                                     | <b>2</b>              | Контрольная работа |
|           | <b>ИТОГО:</b>  | <b>32</b>  | <b>14</b>                           | <b>18</b>             |                    |

### 2.2. Рабочая программа

#### 1. Государственная политика в образовании (2 часа)

##### 1.1. Единое образовательное пространство обучения, воспитания и развития (лекция - 1 час)

*Лекция.* Особенности обновленных ФГОС ООО, ФГОС СОО. Комплексный формат представления требований к результатам освоения обучающимися образовательных программ. Федеральная основная образовательная программа (ФООП). Работа по учебникам действующего ФПУ в соответствии с ФООП. Единые учебники. Воспитание личности как целевой ориентир ФГОС.

##### 1.2. Цифровая трансформация образования (лекция – 1 час)

*Лекция.* Национальная цель «Цифровая трансформация». Суть цифровой трансформации образования. Технологическое обновление и новая дидактика образования, персонализация образовательного процесса на основе использования растущего потенциала цифровых технологий. ФГИС «Моя школа». Библиотека цифрового образовательного контента. Нормативное регулирование использования цифровых технологий в обучении и воспитании обучающихся. Коммуникационная платформа «Сферум».

## **2. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне (28 часов)**

### **2.1. Федеральные рабочие программы по математике: содержание и требования к результатам обучения (лекция – 2 часа)**

*Лекция – 2 ч.* Приоритетные цели обучения математике по ФГОС. Содержание и требования к результатам обучения федеральной рабочей программы ООО и СОО по математике. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне. Основания отбора содержания учебного предмета «Математика» (углубленный уровень) к учебному курсу. Содержание федеральной рабочей программы по математике ООО и СОО на углубленном уровне в заданиях КИМ ОГЭ и ЕГЭ по математике (профильный уровень).

### **2.2. Методы обучения решению уравнений повышенного уровня сложности (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)**

*Лекция – 2 ч.* Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Уравнения и неравенства». Типы уравнений повышенного уровня сложности: рациональные (дробные рациональные), иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические, смешанного типа. Общий подход в обучении решению уравнений повышенного уровня сложности. Основные методы решения уравнений повышенного уровня сложности. Методика обучения решению систем линейных уравнений матричным методом. Критерии оценивания заданий на решение уравнений и отбор корней на указанном промежутке на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

*Практическое занятие – 2 ч.* Изучение учебных материалов. Решение уравнений и оценивание решений уравнений в соответствии с критериями.

### **2.3. Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)**

*Лекция – 2 ч.* Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Уравнения и неравенства». Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности: алгоритм действий учителя и обучающихся, методы решения неравенств, исследование особенностей решения неравенств повышенного уровня сложности: иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических, смешанного типа. Критерии оценивания выполнения задания на решение неравенств на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

*Практическое занятие – 2 ч.* Изучение учебных материалов. Решение неравенств и оценивание решения неравенств в соответствии с критериями.

**2.4. Методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности (лекция – 2 часа, практическое занятие – 6 часов)**

*Лекция – 2 ч.* Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения учебного курса «Геометрия». Общий подход к решению геометрических задач: выделение группы умений.

*Планиметрия.* Подходы в обучении решению планиметрических задач: композиция геометрических фигур, дополнительное построение, обоснование применения формул, вычислительных действий. Критерии оценивания решения планиметрических задач на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

*Стереометрия.* Подходы в обучении решению стереометрических задач повышенного уровня сложности на доказательство и вычисления: традиционный, переход от стереометрического решения к планиметрическому, метод координат в пространстве. Критерии оценивания решения стереометрических задач на ЕГЭ по математике.

*Практическое занятие – 6 ч.* Изучение учебных материалов. Решение геометрических задач и оценивание решений задач в соответствии с критериями.

**2.5. Методика обучения решению задач с параметрами высокого уровня сложности на основе применения ключевых умений (лекция – 2 часа, практическое занятие – 4 часа)**

*Лекция – 2 ч.* Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Задачи с параметрами». Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Методика обучения решению задач с параметрами: исследование условия и определение идеи решения, выбор метода решения, выделение ключевых умений, решение задачи и анализ результата. Методы решения задач с параметрами: графический, аналитический, исследование функций методами математического анализа. Критерии оценивания выполнения задач с параметром на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

*Практическое занятие – 4 ч.* Изучение учебных материалов. Решение задач с параметрами и оценивание решений в соответствии с критериями.

**2.6. Методические приемы обучения решению задач на вероятности сложных событий (лекция – 2 часа, практическое занятие – 2 часа)**

*Лекция – 2 ч.* ФРП «Математика» (углубленный уровень) учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне: содержание и предметные результаты, проверяемые на ОГЭ и ЕГЭ по математике профильного уровня. Методические приемы обучения решению задач на «Случайные события», «Оценивание изменения вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте», «Сложные события»: применение в решении задач на вероятности сложных событий теорем о вероятностях событий и формул: полной вероятности, Байеса, Бернулли, Пуассона, комбинаторики.

*Практическое занятие – 2 ч. Изучение учебных материалов. Решение задач на вероятности сложных событий.*

### **РАЗДЕЛ 3. ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**Раздел программы «Государственная политика в образовании»**

**Форма:** тестирование.

**Описание, требования к выполнению задания:**

Тест состоит из 10 заданий, максимальное количество баллов - 10 баллов.

**Критерии оценивания:**

Тестирование пройдено успешно, если набрано не менее 6 баллов.

**Примеры заданий:**

**1. Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования НЕ включают в себя:**

- а) требования к структуре основных образовательных программ;
- б) требования к результатам освоения основных образовательных программ;
- в) обязательный минимум содержания основных образовательных программ;
- г) требования к условиям реализации основных образовательных программ.

**2. ФООП включают учебно-методическую документацию (выберите все верные ответы):**

- а) Федеральный учебный план;
- б) Федеральный календарный учебный график;
- в) Федеральные рабочие программы учебных предметов;
- г) Федеральную программу дошкольного образования;
- д) Федеральную рабочую программу воспитания;
- е) Федеральный календарный план воспитательной работы.

**3. Соотнесите направления реализации Концепции развития математического образования с уровнями образования:**

1. Использование широкого спектра математической активности, построение алгоритмов в визуальной и игровой среде.

2. Предоставление возможности достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе.

3. Обеспечение необходимого уровня математической подготовки кадров для нужд математической науки, экономики, научно-технического прогресса, безопасности и медицины.

4. Обеспечение передового уровня фундаментальных и прикладных исследований в области математики и их использование в математическом образовании.

5. Создание общественной атмосферы позитивного отношения к достижениям математической науки и работе в этой области, понимания важности математического образования для будущего страны, формирование гордости за достижения российских ученых.

А. Дошкольное и начальное общее образование.

Б. Основное общее и среднее общее образование.

В. Профессиональное образование.

Г. Дополнительное профессиональное образование, подготовка научно-педагогических работников образовательных организаций высшего образования и научных работников научных организаций, математическая наука.

Д. Математическое просвещение и популяризация математики, дополнительное образование.

**Количество попыток: 2.**

**Раздел программы «Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне»**

**Форма:** тестирование.

**Описание, требования к выполнению задания:**

Тест состоит из 10 заданий, максимальное количество баллов - 10 баллов.

**Критерии оценивания:**

Тестирование пройдено успешно, если набрано не менее 6 баллов.

**Примеры заданий:**

**1. Каким содержанием обновлен учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» 10 класс?**

А) теорема Безу;

б) матрица системы линейных уравнений, определитель матрицы  $2 \times 2$ ;

в) бином Ньютона;

г) арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числового аргумента.

**2. Изучите критерии оценивания задания и поставьте балл за представленное решение.**

«Решите уравнение  $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 4$ . В ответе укажите количество целых решений уравнения, принадлежащих отрезку  $[2\sqrt{3}+1; 10]$ ».  
Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат и выполним преобразования:

$$\begin{aligned} & \left( \sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} \right)^2 = 16; \\ & x + 4\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} \cdot \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} + x - 4\sqrt{x-4} = 16; \\ & \sqrt{(x+4\sqrt{x-4}) \cdot (x-4\sqrt{x-4})} = 8; \\ & x^2 - 16(x-4) = (8-x)^2; \\ & x^2 - 16x + 64 = 64 - 16x + x^2, \Rightarrow x - \text{любое число,} \\ & \text{а, значит, целые решения на отрезке } [2\sqrt{3}+1; 10] \\ & \text{это } x = 5; 6; 7; 8; 9; 10. \text{ Всего: 6.} \end{aligned}$$

Ответ: 6.

| Критерии оценивания выполнения задания  | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.   | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а),<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б). | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.  | 0     |

Максимальный балл: 2.

Выберите один верный ответ.

- а) 0;
- б) 1;
- в) 2.

**Количество попыток: 2.**

### Итоговый контроль

#### Раздел программы «Итоговая аттестация»

**Форма:** Контрольная работа.

**Описание, требования к выполнению заданий:**

Обучение по программе завершается выполнением контрольной работы.

Работа содержит 6 задач.

**Критерии оценивания:**

Каждая правильно решенная задача оценивается в 4 балла. Если решение задачи недостаточно обосновано, выставляется 3 балла. Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения – 2 балла. В решении задачи имеется значительное продвижение – 1 балл. Результаты выполнения контрольной работы оцениваются по оценочной шкале «зачтено» / «не зачтено». Для получения положительной оценки «зачтено» слушателю необходимо получить за работу не менее 18 баллов.

**Примеры заданий:**

**Задание 1.** Решите уравнение:  $x^4 = (5x - 14)^2$ .

**Задание 2.** Решите неравенство:  $2 \cdot 8^{x-1} - 1 \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}$ .

**Задание 3.** На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $K$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BKC$  и  $AKD$  равна половине площади трапеции.

**Задание 4.** В правильной треугольной пирамиде  $SABCD$  с основанием  $ABC$  точки  $M$  и  $K$  – середины рёбер  $AB$  и  $SC$  соответственно, а точки  $N$  и  $L$  отмечены на ребрах  $SA$  и  $BC$  соответственно так, что отрезки  $MK$  и  $NL$  пересекаются, а  $AN=3NS$ .

- а) Докажите, что прямые  $MN$ ,  $KL$  и  $SB$  пересекаются в одной точке.
- б) Найдите отношение  $BL:LC$ .



**Задание 5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство  $|4\cos x + a + 6| + |5\cos x + a^2 + 1| \leq 10\cos x + |a^2 + a - 2| + 10$  выполняется для всех значений  $x \in [0; 7]$ .

**Задание 6.** Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит пять значений:

1,2 1,4 1,3 1,4 и 1,2.

По этой выборке найдите несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности

**Количество попыток: 1.**

## **РАЗДЕЛ 4. ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ**

### **4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение программы**

#### **Нормативные документы**

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273.

2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».

3. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 568 от 18.07.2022 г. «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования».

4. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования».

5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413».

6. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования».

7. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования».

8. Приказ Министерства просвещения РФ от 02.08.2022 № 653 «Об утверждении федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ НОО, ООО, СОО».

9. Приказ Министерства просвещения РФ от 21 сентября 2022 г. № 858 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность и установления предельного срока использования исключенных учебников».

### Литература

1. Бунимович, Е.А. Математика. Вероятность и статистика : 10-й класс : базовый и углублённый уровни : учебное пособие [Текст] / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. – М.: Просвещение, 2023. – 223 с.

2. Даутова, О.Б. Проектирование учебно-познавательной деятельности школьника на уроке в условиях ФГОС [Текст] / О.Б. Даутова. – СПб.: КАРО, 2016. - 184 с.

3. Ткачёва, М.В. Математика. Вероятность и статистика: 10–11-е классы : углублённый уровень : задачник : учебное пособие, разработанное в комплекте с учебником [Текст] / М. В. Ткачёва. — М.: Просвещение, 2023. – 80 с.

4. Шаталов, М.А. Проблемный урок как вид метапредметного урока в современной школе [Текст] / М.А. Шаталов // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. - СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2019. - № 194. - С. 163-170.

5. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (базовый и углубленный уровни) / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2023. - 464 с.

6. Геометрия, 10-11 классы (базовый и углубленный уровни) / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, Л.С. Киселёва. М.: Просвещение, 2023. - 288 с.

7. Методика обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002. - 224с.

8. Теория и практика метапредметного образования: поиски решения проблем / С.Г. Воровщиков, В.А. Гольдберг, С.С. Виноградова, Д.В. Татьянченко и др. М.: 5 за знания, 2018. - 364 с.

### Электронные обучающие материалы

1. Высоцкий, И.Р. Кружок по теории вероятностей классы [Электронное издание] / И.Р. Высоцкий. - М.: МЦНМО, 2018. - 128 с.

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru>.

3. Математика, 5–11 кл. Коллекция интерактивных моделей. Выпуск 8.0 [Электронный ресурс]. –М.: ООО «1С-Паблишинг», 2019.

4. Московская электронная школа [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.mos.ru/city/projects/mesh/>.

5. Образовательная платформа ЛЕСТА [Электронный ресурс]. - Режим доступа:

[https://lecta.rosuchebnik.ru/?utm\\_source=rosuchebnik&utm\\_medium=topmenu&utm\\_campaign=organicyandex](https://lecta.rosuchebnik.ru/?utm_source=rosuchebnik&utm_medium=topmenu&utm_campaign=organicyandex).

6. Российская электронная школа [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://resh.edu.ru/>.

7. Учи.ру [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://uchi.ru/>.

8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://fcior.edu.ru/>.

9. ЯКласс [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.yaklass.ru/>.

10. Виртуальные лабораторные работы: <https://content.edsoo.ru/lab/>

### **Интернет-ресурсы**

1. 1С: Урок – Библиотека интерактивных материалов. Теория вероятностей [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye\\_laboratorii\\_po\\_matematike\\_7\\_11\\_kl/teoriya\\_veroyatnostey/](https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_matematike_7_11_kl/teoriya_veroyatnostey/)

2. Вероятность в школе. Методическая консультация [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://ptlab.mccme.ru/>

3. Всероссийские проверочные работы [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [https://fioco.ru/obraztzi\\_i\\_opisaniya\\_proverochnyh\\_rabot\\_2020](https://fioco.ru/obraztzi_i_opisaniya_proverochnyh_rabot_2020)

4. Группа компаний «Просвещение» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://prosv.ru/>

5. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. Вероятность и статистика в школьном курсе математики [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/5ececba0-3192-11dd-bd11-0800200c9a66/>

6. Российский образовательный портал [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://edu.ru/>

7. ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.instrao.ru>

8. Федеральный институт оценки качества образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://fioco.ru/ru/osoko>

9. Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://fipi.ru/>

## **4.2. Материально-технические условия реализации программы**

### **Технические средства обучения**

Реализация программы в очном формате обеспечена компьютерным и мультимедийным оборудованием для аудиовизуального обучения с выходом в сеть Интернет. Имеется комплект учебно-методического сопровождения, включающий текстовые и презентационные материалы по темам программы.

Для проведения практикумов в институте оборудованы компьютерные классы, оснащенные компьютерами и программным обеспечением для организации совместной работы.

Институт предоставляет обучающимся доступ к электронным образовательным ресурсам через систему дистанционного обучения на интернет-портале института на платформе Moodle <https://sdo.kirovipk.ru/>