

Методические рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета « Математика» (профильный уровень) на основе анализа результатов ЕГЭ - 2024 в Кировской области

Ряттель Александра Владимировна,
канд. физ.-мат. наук, доцент, методист кафедры предметных областей
КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»,
председатель региональной предметной комиссии по математике

Количество участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) в абсолютном выражении на протяжении трех последних лет уменьшилось с 2286 чел. (44,01%) в 2022 г. до 2050 чел. (43,93% от общего количества участников) в 2024 г. Такое уменьшение количества участников экзамена по учебному предмету обусловлено снижением численности обучающихся общеобразовательных организаций. С другой стороны, в процентном отношении от общего числа участников ГИА-11 число выпускников, выбирающих для сдачи ЕГЭ по математике профильного уровня в 2024 г. по сравнению с прошлым годом незначительно возросло (прирост составил менее 1%). Такое изменение количества учащихся, выбирающих для сдачи итоговой аттестации профильный уровень математики, вызвано предпочтением выпускников выбирать технические направления подготовки для поступления.

Результаты экзамена по математике (профильный уровень) в Кировской области имеют положительную динамику.

Большая часть испытуемых (47,52%) набрала по результатам итоговой аттестации по учебному предмету от 61 до 80 баллов.

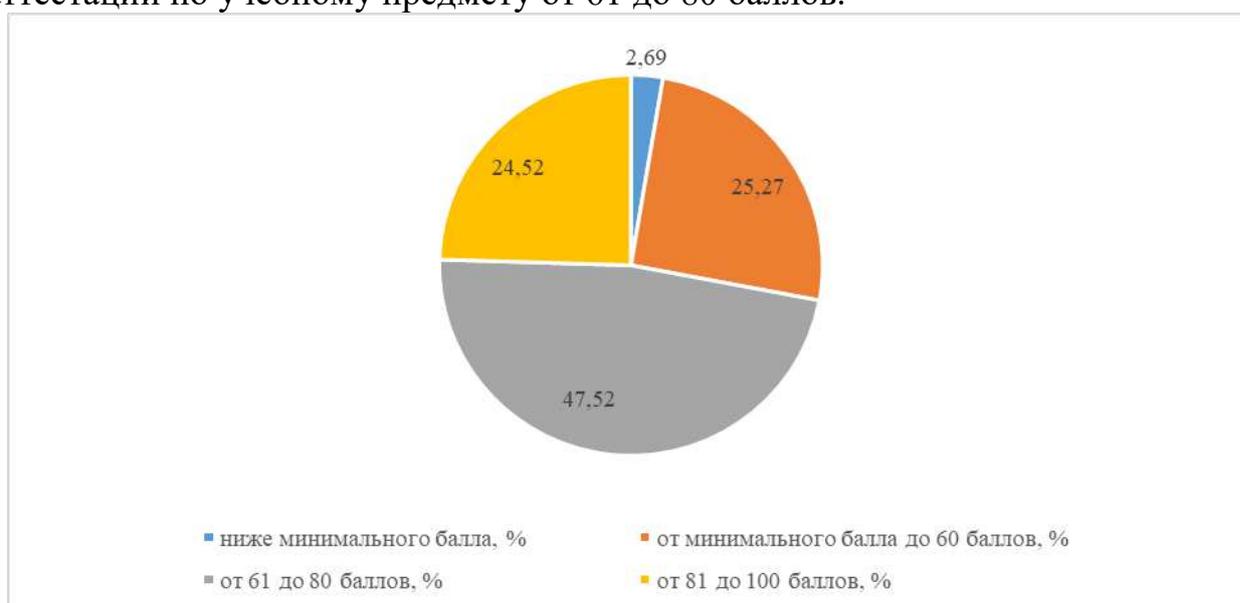


Рисунок 1. Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня 2024 г. по числу участников, набравших балл

Результаты ЕГЭ по математике (профильный уровень) в 2024 году по некоторым показателям лучше результатов прошлых двух года. В частности:

- увеличилось в 2,8 раза по сравнению с прошлым годом число учащихся, получивших максимальный тестовый балл, показатель практически вернулся на уровень 2022 года;
- средний тестовый балл на протяжении трех последних лет неуклонно растет (увеличился по сравнению с прошлым годом на 8,21);
- в 4 раза увеличилось количество высокобалльников.

Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года представлена в таблице 1.

Таблица 1.

№ п/п	Участников, набравших балл	Год проведения ГИА		
		2022 г.	2023 г.	2024 г.
1.	ниже минимального балла, %	3.98	0.63	2.69
2.	от минимального балла до 60 баллов, %	32.77	41.7	25.27
3.	от 61 до 80 баллов, %	56.57	51.35	47.52
4.	от 81 до 100 баллов, %	6.68	6.32	24.52
5.	Средний тестовый балл	61.92	60.46	68.67

Анализ результатов выполнения заданий КИМ

Содержание КИМ ЕГЭ определялось на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования:

1) приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утверждённый приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413»;

2) приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 (с изменениями 2014-2020 гг.).

КИМ ЕГЭ учитывали также содержание федеральной образовательной программы среднего общего образования (приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования»).

Используемая в 2024 г. модель экзаменационной работы по математике сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

В первую часть КИМ включено задание по геометрии (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами. Максимальный первичный балл за выполнение работы увеличен с 31 до 32 баллов.

Задания контрольно-измерительных материалов позволяют оценить освоения учебного материала по содержательным разделам предмета. При этом следует отметить, что представленность заданий в работе разная (см. рис.2). Так, больше всего заданий работы из раздела «Алгебра». Знания этой темы позволяют набрать значительную часть баллов всей работы.

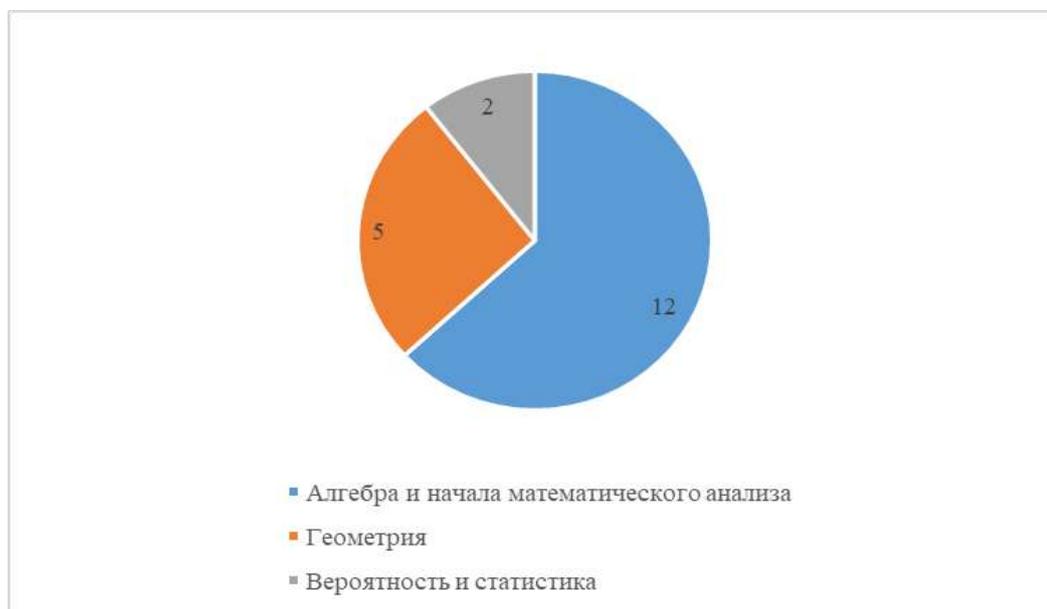


Рисунок 2. Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики

При этом следует отметить, что представленность заданий по проверяемым умениям и видам деятельности разная. Так, больше всего заданий направлены на проверку умений использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

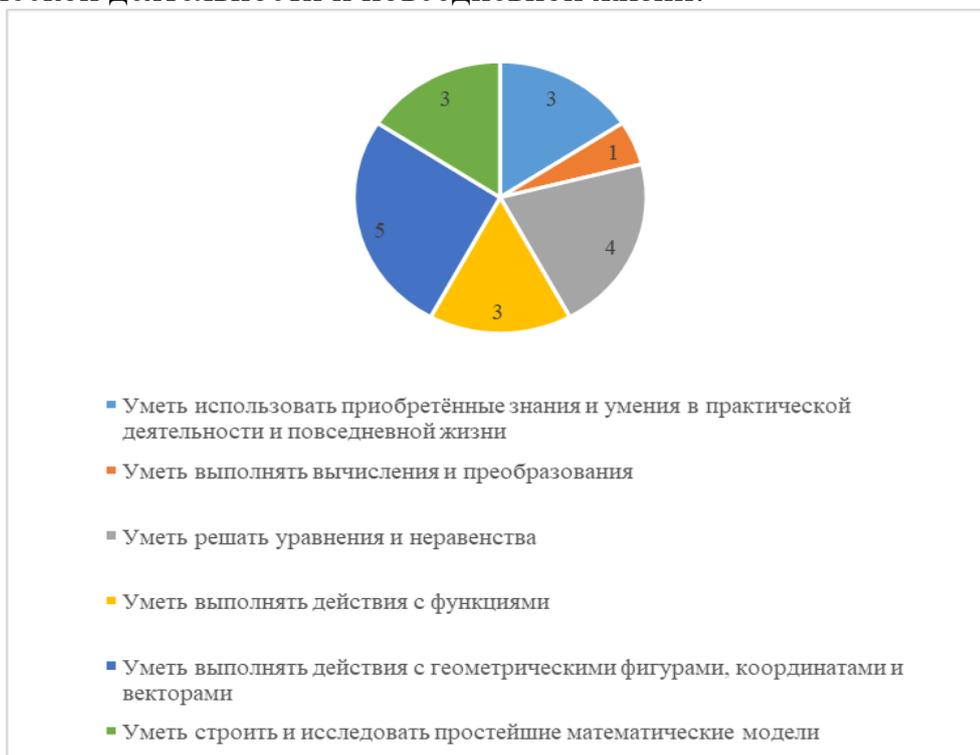


Рисунок 3. Распределение заданий экзаменационной работы по проверяемым результатам освоения основной образовательной программы

Варианты КИМ Кировской области соответствуют по структуре и содержанию демонстрационному варианту ФИПИ.

Основные статистические характеристики выполнения заданий КИМ в 2024 году

Таблица 2.

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1.	Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Базовый	89.09	21.05	75.70	95.03	98.84
2.	Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	Базовый	88.90	14.04	74.58	95.73	98.65
3.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Базовый	63.39	5.26	28.22	69.58	94.03
4.	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность	Базовый	95.09	59.65	91.03	97.02	99.42

5.	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы	Базовый	81.67	8.77	61.87	89.56	94.80
6.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Базовый	98.06	64.91	97.38	99.40	99.81
7.	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений	Базовый	60.37	1.75	22.06	67.59	92.29
8.	Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла	Базовый	67.41	15.79	32.52	76.34	91.71
9.	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Повышенный	71.56	21.05	56.07	73.96	88.44
10.	Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Повышенный	85.36	12.28	66.36	92.35	99.42
11.	Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	Повышенный	89.23	10.53	71.40	97.91	99.42
12.	Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	Повышенный	75.53	7.02	41.31	87.08	95.95

13.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Повышенный	52.76	0.00	5.89	58.85	95.09
14.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Повышенный	2.33	0.00	0.00	0.03	9.44
15.	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Повышенный	31.98	0.00	0.28	21.07	89.31
16.	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	Повышенный	30.61	0.00	1.31	21.87	81.12
17.	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Повышенный	12.06	0.00	0.06	2.15	44.96

18.	Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	Повышенный	6.71	0.00	0.00	0.70	26.01
19.	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	Высокий	32.83	9.21	21.45	31.83	49.08

В 2024 году в целом в регионе сохраняются тенденции выполнения заданий ЕГЭ по математике (профильный уровень).

В 2024 году решаемость всех задач первой части оказалась не менее 60% (в 2023 году не менее 65%, в 2021 году решаемость всех (за исключением задачи №12) задач части В была не менее 60%).

На диаграмме приведена статистика среднего процента выполнения заданий в регионе.



Рисунок 4. Средний процент выполнения заданий

Рассмотрим процент выполнения заданий, проверяющие один и тот же элемент содержания. Исходя из значений нижних границ процентов выполнения заданий различных уровней сложности (50% для базового, 15% для повышенного и высокого) выделим задания, вызвавшие затруднения у экзаменуемых.



Рисунок 5. Процент выполнения заданий учащимися с разным уровнем подготовки

Для анализа рассмотрим диаграммы минимальных требований, границ коридора «ожидаемой» решаемости и средних значений по Кировской области.



Рисунок 6. Средний процент выполнения заданий учащимися

Рассмотрим процент выполнения заданий, проверяющие один и тот же элемент содержания. Исходя из значений нижних границ процентов выполнения заданий различных уровней сложности (50% для базового, 15% для повышенного и высокого) выделим задания, вызвавшие затруднения у экзаменуемых.

Раздел «Геометрия»

Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы (планиметрия) на базовом уровне (задача 1) хорошо сформировано у участников экзамена из групп 2-4. Средняя решаемость 89%; и 21, 76, 95, 99% соответственно для 1, 2, 3 и 4 групп, что для групп 2-4 выше, чем в прошлом году.

Процент выполнения заданий раздела «Геометрия»

Таблица 3.

Номер задания в КИМ	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания				
		средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Базовый	89.09	21.05	75.70	95.03	98.84
2	Базовый	88.90	14.04	74.58	95.73	98.65
3	Базовый	63.39	5.26	28.22	69.58	94.03
14	Повышенный	2.33	0.00	0.00	0.03	9.44
17	Повышенный	12.06	0.00	0.06	2.15	44.96

Средняя решаемость планиметрической задачи 17 второй части (повышенный уровень) составила в 2024 году 12%, что выше на 8% показателя 2023 года. 45% (против 35% в прошлом году) участников четвертой группы решить ее верно. В остальных группах рассматриваемое умение сформировано плохо, либо не сформировано.

Показатели сформированности умения оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии на базовом уровне (задача 3) оказались в 2024 году высокими для участников третьей и четвертой группы (решаемость выше 70% и 94% соответственно). Около 28% верных решений дали представитель второй группы. В группе не преодолевших минимальный порог с задачей справились 5% участников. Средний показатель решаемости – 63%, является на 2% ниже прошлогоднего.

Средняя решаемость стереометрической задачи 14 части С (повышенный уровень) в 2024 году оказалась выше решаемости 2023 года – 2,33% и 1% соответственно. В первых двух группах нулевая решаемость. 9% участников четвертой группы справились с этой задачей. Тем не менее, опыт прошлых лет показал, что стереометрическую задачу адекватного уровня сложности могут решить в регионе 3-5% выпускников.

Впервые в КИМ ЕГЭ профильного уровня учащимся предлагалась задача базового уровня сложности (задача 2), проверяющая умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами. Средний процент решаемости составил 89%. Решаемость по группам учащимся колеблется от 14% (в первой группе) до 99% в четвертой.

Раздел «Вероятность и статистика»

Высокие результаты продемонстрированы при проверке умения оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность на базовом уровне – задание 4 (средняя решаемость 95%). В группах 2-4 решаемость варьируется от 91% до 99%, что сравнимо с результатами прошлого года. В группе не преодолевших минимальный порог – 60% (на 21% ниже результатов 2023 года).

Процент выполнения заданий раздела «Вероятность и статистика» представлен в таблице 4.

Таблица 4.

Номер задания в КИМ	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания				
		средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
4	Базовый	95.09	59.65	91.03	97.02	99.42
5	Базовый	81.67	8.77	61.87	89.56	94.8

На достаточном уровне в целом сформировано умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы при выполнении задания 5 у участников экзамена, относящихся ко выделенным в табл. 2-13 группам 2, 3 и 4. Этот факт подтверждается средним результатом выполнения задания №4 – 62%, 90%, 95% соответственно. В группе учащихся, не преодолевших минимальный порог, решаемость задания №5 составила 9% (что ниже показателя 2023 года на 12%). Решаемость задачи №5 в всех группах несколько ниже, чем в прошлом году.

Раздел «Алгебра и начала математического анализа»

Высокими для всех участников экзамена являются показатели владения умением решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов на базовом уровне – задача 6 (средняя решаемость 98%). В группе не преодолевших минимальный порог – это умение продемонстрировали 65%

(против 86% в 2023 году) участников, в остальных группах практически все (от 97% до 9%) участники экзамена справились с решением предложенного уравнения.

Процент выполнения заданий раздела «Алгебра и начала математического анализа»

Таблица 5.

Номер задания в КИМ	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания				
		средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
6	Базовый	98.06	64.91	97.38	99.4	99.81
7	Базовый	60.37	1.75	22.06	67.59	92.29
8	Базовый	67.41	15.79	32.52	76.34	91.71
9	Повышенный	71.56	21.05	56.07	73.96	88.44
10	Повышенный	85.36	12.28	66.36	92.35	99.42
11	Повышенный	89.23	10.53	71.4	97.91	99.42
12	Повышенный	75.53	7.02	41.31	87.08	95.95
13	Повышенный	52.76	0	5.89	58.85	95.09
15	Повышенный	31.98	0	0.28	21.07	89.31
16	Повышенный	30.61	0	1.31	21.87	81.12
18	Высокий	6.71	0	0	0.7	26.01
19	Высокий	32.83	9.21	21.45	31.83	49.08

Значительно хуже в текущем году участники экзамена продемонстрировали умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений - задача 7 (базовый уровень): 2%, 22%, 68% и 92% соответственно составила решаемость по всем группам испытуемых (падение показателя по сравнению с прошлым годом составило 31%, 59%, 30%, 7%). Средний показатель решаемости составил 60%. Снижение решаемости произошло из-за тригонометрического содержания задачи.

Результаты проверки умения оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла (задача 8) следующие. Средний показатель решаемости задачи 8 (базовый уровень) 67%. Распределение процента решаемости по группам – 16%, 33%, 76% и 92%. Указанные результаты вновь ниже результатов прошлого года по всем группам испытуемых.

Процент решаемости задачи 9 (повышенный уровень) вновь снизился по сравнению с 2023 годом и составляет 72% (задание проверяет умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения,

уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов). Решаемость по-прежнему имеет большой разброс в различных группах учащихся: 21% – в первой, 56% – во второй, 74% – в третьей и 88% – в четвертой. Результат текущего года вновь показывает зависимость решаемости от вида задачи.

Решаемость задания 10, проверяющего умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов по сравнению с прошлым годом, увеличилась по всем группам испытуемых и составила 12%, 66%, 92%, 99%.

Выполняемость задания 11, проверяющего умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений также возросла по сравнению с 2023 годом по всем группам учащихся и составила 11%, 71%, 98%, 99%.

Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций (задание 12) улучшилось в текущем году у школьников 1 и 2 групп (на 4% и 3% соответственно), ухудшилось у групп 3 и 4 на 3% и 1% соответственно.

Задания 13 и 15 второй части (повышенный уровень) проверяли умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов

С задачей 13 верно справились 53% (против 44% в 2023 году) выпускников. Нулевой результат в первой группе, 6% – во второй, 59% и 95% – в третьей и четвертой соответственно. К типичным можно отнести ошибки при решении простейших тригонометрических уравнений, необоснованный отбор корней на промежутке (многие участники экзамена не считают нужным показывать на тригонометрической окружности точки, принадлежащие указанному в условии отрезку).

Средняя решаемость задачи 15 равна 32%, что на 11 % больше результатов 2023 года. В первой группе решаемость задания – 0%, во второй – 0,28%, в третьей и четвертой – 21% и 89% соответственно, что в третьей группе меньше на 11%, а в четвертой – больше на 0,31% результатов прошлого года.

Средняя решаемость задачи 16 второй части (повышенный уровень), проверяющей умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами сравнима с результатом предыдущей задачи и составляет 31%, что на 22 % больше результатов 2023 года. В первой группе решаемость задания – 0%, во второй – 1%, в третьей и четвертой – 22% и 81% соответственно, что в третьей группе больше на 13%, а в четвертой – на 12% результатов прошлого

года. Задача требовала от выпускника аккуратности и большого терпения при выполнении преобразований.

С задачей 18 второй части (высокий уровень), проверяющей умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами не справился ни один участник из группы не преодолевших минимальный порог и группы 2. В третьей группе 1% и 26% справившихся с решением этой задачи в группе № 4. Средняя решаемость по сравнению с прошлым годом немного увеличилась и составила 7%.

Задача 19 части С (высокий уровень), проверяющая владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи имеет в 2024 году более высокую, чем в 2023 году решаемость – 33% против 21%. С этой задачей справились около 49% участников четвертой группы (68% в 2023 году), 32% третьей (29% в 2023 году), 21% второй (8% в 2023 году) и 9% участников, не преодолевших минимальный порог. Как показывает практика, результат зависит от содержания задачи.

Выявление сложных для участников ЕГЭ заданий

Из восьми задач базового уровня все имеют решаемость выше 60%. Заданий базового уровня, имеющих решаемость ниже 50%, нет с 2018 года. На базовом уровне все проверяемые умения сформированы успешно.

Из заданий повышенного уровня решаемость ниже 50% имеют задачи второй части, кроме 13. В 2022 году в этом списке присутствовала и задача 13. Из этой группы заданий решаемость ниже 15% имеют задачи геометрического характера.

Из заданий высокого уровня решаемость ниже 15% оказалась в 2023 году у задачи №18.

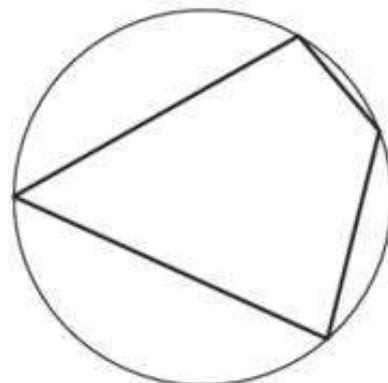
Содержательный анализ выполнения заданий КИМ

Самые высокие результаты экзаменуемые показывают при выполнении заданий базового уровня на применение известных алгоритмов в стандартных ситуациях.

Раздел «Геометрия»

Задание № 1

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 82° и 58° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Задание 1 фактически призвано охватить и проиллюстрировать на примерах основные теоремы и приёмы решения задач из курса планиметрии за 7-9 классы. Верный ответ можно было получить, например, используя признак вписанного в окружность четырёхугольника, либо теорему о вписанном угле.

Распространённый неверный ответ 98 дали участники, которые не учли, что в ответ требовалось выписать больший из оставшихся углов.

Задание выполнено на уровне 89%. Задания на нахождение углов, ассоциированных с окружностью, относятся к курсу геометрии 8-го класса. Они традиционно входят в КИМ экзамена для выпускников 9-х классов по математике.

Как известно, геометрический материал сложнее усваивается учащимися, и полученный результат (решаемость 89%) говорит о том, при подготовке к экзаменам было недостаточно выделено времени на разбор планиметрических задач. Нужно рекомендовать учителям при подготовке в ГИА в 10-11 классах постоянно возвращаться к вопросам планиметрии.

Задание № 2

Даны векторы $\vec{a}(25;0)$ и $\vec{b}(1;-5)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 4\vec{b}$.

С заданием справились 88% учащихся. Неправильные ответы обусловлены либо незнанием формул нахождения координат вектора при выполнении линейных операций и/или длины вектора, либо вычислительными ошибками.

В качестве рекомендации к подготовке к ГИА в 10-11 классах можно рекомендовать учителям математики постоянно отрабатывать с учащимися навыки решения задач по теме «Векторы на плоскости», возможно порекомендовать пользоваться следующим алгоритмом решения задания №2 в профильном ЕГЭ по математике 2024:

1. Анализ условия задачи. Определите, что требуется найти (например, длину вектора, угол между векторами, их скалярное произведение).

2. Выбор метода решения. Выберите подходящий метод решения (использование формул длины вектора, скалярного произведения, пр.).

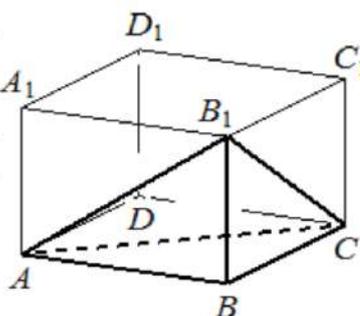
3. Представление векторов. Если задача дана в координатной форме, представьте векторы в виде координат. Если задача геометрическая, переведите условие в аналитический вид.

4. Расчеты. Выполните необходимые расчеты в соответствии с выбранным методом.

5. Анализ результатов. Проверьте, соответствует ли полученный результат условиям задачи (например, находится ли угол между векторами в пределах от 0° до 180°).

Задание № 3

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 7$, $AA_1 = 5$, $BC = 6$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 .



Задание призвано охватить и проиллюстрировать на примерах основные теоремы и приёмы решения задач из курса стереометрии за 10-11 классы.

Задание выполнено на среднем уровне 63%. Неверные ответы участников объяснимы незнанием формулы объема пирамиды, вычислительными ошибками.

Для того чтобы контролировать процесс формирования навыка решения таких задач базового уровня сложности у каждого обучающегося, рекомендуем систематически проводить мониторинги с последующей работой над ошибками.

Задание №14

В правильной треугольной пирамиде $SABCD$ с основанием ABC точки M и K – середины рёбер AB и SC соответственно, а точки N и L отмечены на ребрах SA и BC соответственно так, что отрезки MK и NL пересекаются, а $AN = 3NS$.

а) Докажите, что прямые MN , KL и SB пересекаются в одной точке.

б) Найдите отношение $BL:LC$.

Даже в группе «высокобалльников» ее решаемость около 9%. Учащиеся испытывают серьезные трудности в обосновании решения стереометрической задачи, не могут соотнести доказываемый факт с изученными в школе теоремами.

Типичными ошибками при решении задания №14 явились:

– неверное понимание условия задачи при доказательстве пункта а): учащиеся не понимали, что от них требуется, предполагая, что третья из указанных прямых проходит через точку пересечения других двух;

– использование при решении задачи ложных геометрических утверждений;

– традиционным распространенным недостатком в решении задачи остается отсутствие теоретических ссылок и обоснований логических переходов, недостаточная доказательность рассуждений, отсутствие аргументации решений.

Основные сложности в выполнении задания 14 и высокий процент не приступивших к выполнению этого задания связаны с фактическим игнорированием в значительном количестве школ формирования таких важных умений, как решение многоходовых стереометрических задач, приведение доказательств стереометрических утверждений.

Для исправления ситуации необходима система мер.

Со стороны учителя: реализация методики изучения определений, свойств и признаков геометрических фигур; совершенствование методики работы над геометрической задачей, решение систем задач; формирование у учащихся графических умений (использование задач на клетчатом листе, на построение сечений многогранников, лабораторно-графических работ для формирования умений находить углы и расстояния в пространстве и пр.); привлечение интерактивных средств организации деятельности учащихся при изучении геометрии (а не презентаций и тестов на интерактивной доске).

Со стороны ОО: осуществление внутреннего аудита образовательной организации за количеством уроков по геометрии и качеством их проведения; организация факультативов по наглядной геометрии в 5-6 классах для формирования пространственных представлений, организации изучения свойств геометрических фигур на эмпирическом, наглядно-действенном уровне; обеспечение технического сопровождения образовательного процесса изучения геометрии (наличие графических планшетов, интерактивных досок, «рабочих» компьютеров, программного обеспечения и пр.).

Со стороны региона: методическое сопровождение организации процесса изучения геометрии; организация курсов повышения квалификации учителей по проблемам преподавания геометрии; организация различных региональных мероприятий для учащихся с целью популяризации геометрических знаний; создание дистанционных курсов (цикла лекций, тренажеров и пр.) для учащихся по трудным вопросам геометрии и пр.

Задание №17

Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC – диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .

б) Найдите длину отрезка NO , если известно, что $AC=10$ и $AB=24$.

По-прежнему наблюдаются: неточное построение чертежа, что не даёт возможности увидеть ход решения; вычислительные и логические ошибки. Нужно отметить, что предлагаемая задача допускала решение разными способами. Решение задания показывает, что школьники недостаточно владеют теоретическим аппаратом геометрии, способами решения задач, не умеют доказывать утверждения. Умение доказывать формируется постепенно не только в процессе решения задач, но и при доказательстве теорем, это одна из самых важных составляющих геометрии. Поэтому учителю нельзя

игнорировать из-за нехватки времени представление доказательства на уроках самому и опрос учащихся по доказательству теорем; необходимо требовать от учащихся пояснений и доказательств утверждений при решении задач, обоснованных устных ответов, обучать доказательству.

Выполнение задания 17 в ЕГЭ 2024 г. находится на уровне 81% на полный балл в наиболее сильной группе и 21% из третьей группы. Учащимся группы 3 чаще всего не хватает времени на ее осмысление. Участниками из слабых групп за задание 17, как правило, не берутся. Растущий по сравнению с показателем 2021 г., но всё ещё относительно низкий процент выполнения геометрических заданий повышенного уровня сложности свидетельствует о сохраняющихся проблемах в преподавании геометрии. Одна из причин — рассмотрение тех типов задач, которые встречались на экзамене в предыдущие годы, а не обучение полноценной геометрии.

Участники экзамена просто пропускают задачи по геометрии, так как понимают, что у них недостаточно знаний по геометрии. Стереометрические задачи не могут решить потому, что не знают планиметрию. Планиметрические задачи не могут решить потому, что не смогли на каком-то этапе обучения заставить себя трудиться – думать и учить, а не списывать с ГДЗ и интернета.

Раздел «Вероятность и статистика»

Задание № 4

В группе туристов 30 человек. Их вертолёт доставляют в труднодоступный район, перевозя по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

Задание было выполнено на уровне 95%. Проблемы у участников экзамена возникают чаще всего из-за вычислительных ошибок (сокращения обыкновенной дроби и приведении ее к десятичной).

При изучении темы необходимо осуществлять дифференцированный подход для учащихся, организовывать тренинги, используя открытый банк задач ФИПИ (<https://mathege.ru/>) или дополнительную литературу для подготовки к ЕГЭ.

Задание № 5

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырех мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в две первые мишени и не попадет в две последние.

Успешно решают это задание от 9% участников из слабой группы до 95% участников из сильной группы. Задание показывает более глубокое понимание законов теории вероятностей и умение прогнозировать результат при более сложных обстоятельствах.

Причинами неверных ответов явились:

- несформированность умения составить событие по условию задачи и вычислить его вероятность;
- неумение использовать формулу умножения независимых событий;

– вычислительные ошибки.

При преподавании курса вероятности и статистики рекомендуется:

– использование наглядных материалов (это позволяет визуализировать концепции и взаимосвязи, делая материал более доступным и понятным);

– интерактивные методы обучения (это способствует более глубокому пониманию и усвоению предмета);

– индивидуальный подход (распознавать и учитывать их индивидуальные потребности и темп обучения, предоставлять дополнительные объяснения, задания или инструкции тем, кто испытывает трудности, и предоставлять дополнительные вызовы для более продвинутых учеников);

– практическое применение и примеры реальной жизни (связывание теории вероятности и статистики с реальными примерами и ситуациями помогает школьникам увидеть практическое применение этих предметов);

– постепенное введение материала (объяснение базовых понятий и простых примеров перед переходом к более сложным и абстрактным идеям поможет школьникам усвоить материал и развить навыки постепенно);

– применение технологий (использование технологий обучения, таких как математические программы, визуальные демонстрации, онлайн-уроки и интерактивные ресурсы, может облегчить и разнообразить процесс изучения теории вероятности и статистики).

Раздел «Алгебра и начала математического анализа»

Задание № 6

Найдите корень уравнения $\sqrt{99 - 7x} = 6$.

Диапазон процента участников, справившихся с данным заданием, колеблется от 64,91% до 99,81%. В целом можно считать, что данная тематика освоена большинством учащихся Кировской области.

Большинство ошибок вычислительные. Неверный ответ получался у тех участников, которые неверно осуществили перенос слагаемых из одной части уравнения в другую. Для исключения арифметической ошибки при решении подобных заданий необходимо рекомендовать учащимся делать обязательную проверку полученного ответа путем его подстановки в исходное уравнение.

Необходимо включать простейшие уравнения в устную работу, требовать от обучающихся объяснения решений с обоснованием шагов решения.

Задание № 7

Найдите значение выражения $3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \sin^2 \frac{13\pi}{12}$.

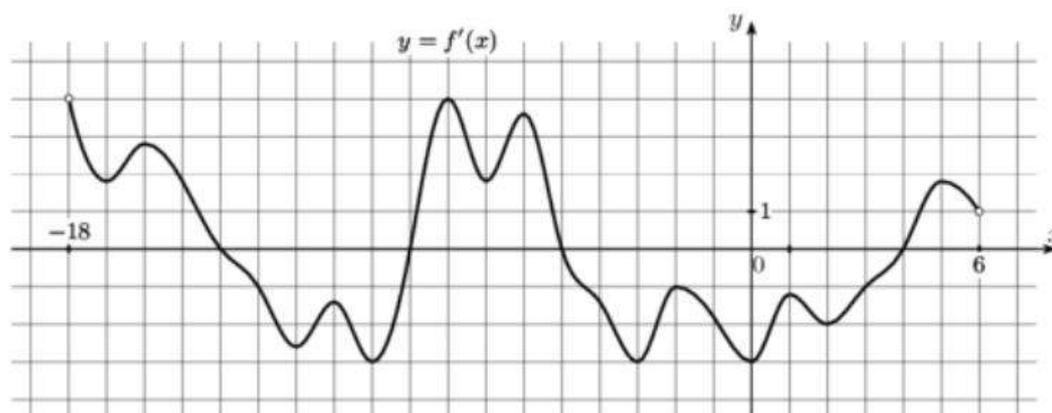
Задание проверяет знание формулы понижения степени или формулы косинуса двойного угла. Задание было выполнено на уровне 60%. Неверные ответы участников объясняются незнанием указанных выше формул, табличных значений тригонометрических функций.

В качестве путей устранения ошибок в ходе обучения школьников предмету рекомендуется систематическое изучение материала старших

классов, решение большого количества разнообразных задач по каждой теме – от простых к сложным, изучение отдельных методов решения задач, повторение материала основной школы, а также применение компенсирующего обучения в старших классах.

Задание № 8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-13; 1]$.



Задание выполнялось на уровне 67%. Неверные ответы объясняются тем, что участники экзамена не учли тот факт, что дан по условию задачи график производной функции, а не самой функции. Отдельные ученики не учли область определения функции.

При изучении темы «Приложения производной» необходимо уделять внимание на задачи, содержащие в решении график функции и график её производной. Следует также усилить акцент в изучении курса начала анализа на наглядные, смысловые вопросы, понимание сути производной, анализ графиков функций, не сводя курс к рутинному вычислению по формулам.

Задание № 9

Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 15$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ дайте в секундах.

Задание выполняется на уровне 72%. Для выполнения этого задания нужно уметь выразить одну из величин через другие, когда все величины связаны известной формулой, т.е. требуется решить рациональное уравнение. Проблемы у участников возникают на стадии чтения условия задачи или при подстановке данных в формулу. Неверные ответы связаны также с затруднениями в нахождении неизвестной величины. Отдельные учащиеся в ответ ошибочно включали больший из двух корней квадратного уравнения, некоторые – разность корней.

В качестве путей устранения ошибок в ходе обучения школьников теме рекомендуется:

- организовать систему повторения с поурочным контролем и проверкой;
- использовать на уроках задания, включенных в открытый банк заданий ЕГЭ;
- обратить внимание на формирование у учащихся общеучебных и простейших математических навыков, находящихся непосредственное применение на практике;
- систематически проводить работу с учащимися, отрабатывая с ними задания подобного содержания.

Задание № 10

Один мастер может выполнить заказ за 36 часов, а другой – за 12 часов. За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе?

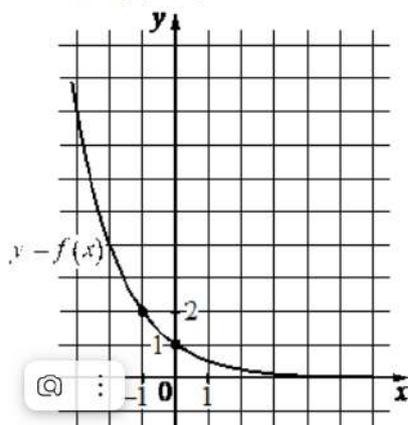
Задание выполнено на уровне 85%. Как известно, текстовые задачи на работу относятся к основным темам школьной математики. Они традиционно входят в КИМ экзамена для выпускников 9-х классов по математике и обучающиеся средней и сильных групп, как правило, решают задачи этого типа уверенно. Выпускники с низкой математической подготовкой не берутся за решение этих задач.

Распространенной ошибкой при решении указанной задачи является включение в ответ среднего арифметического времени выполнения работ мастерами. Встречались и арифметические ошибки при работе с обыкновенными дробями.

При обучении решению текстовых задач учителям следует уделять внимание рациональным приемам решения, смысловой проверке найденных значений переменной. Учить приемам самопроверки, задания на решение текстовых задач из открытого банка ФИПИ включать в аудиторную и домашнюю работы.

Задание № 11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-3)$.



Задание выполняется на уровне 89%. Задание третий год присутствует в КИМ ЕГЭ профильного уровня. Умение работы с графиками закладывается в 7-ых классах, начиная с линейной функции, и продолжается в 10-11-ых классах

на примерах тригонометрических, показательных и логарифмических функций. Несмотря на то, что просматривается преобладание заданий КИМ ГИА 9 и 11 классов, выпускникам 11 классов недостаточно формального знания об элементарных функциях и их графиках и необходимо показать умение работы с ними. Для выполнения нужно уметь составить уравнение / систему уравнений по графику функции и верно интерпретировать результаты ее решения, либо использовать преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.

Результат выполнения данного задания говорит о сформированности в значительной степени у учащихся умения работать с графиками элементарных функций.

Неверные ответы объясняются ошибками в определении координат контрольных точек, решении уравнения/систем уравнений. Некоторые выпускники ошиблись в расчете показателя степени двойки.

Однако при этом заметна доля участников экзамена профильного уровня, которые, по-видимому, изучали курс алгебры формально, концентрируясь на выполнении технических преобразований, и даже не приступили к данному заданию. Как следствие, следует уделять больше внимания работе с функциями и их графиками.

Задание № 12

Найдите точку минимума функции $y = 3x - 3\ln(x - 7) - 8$.

Задание выполняется на уровне 76%. Для гарантированно верного решения задания обучающийся должен правильно продифференцировать функцию, найти ее нуль. Неверные ответы выпускников возникли вследствие неправильного дифференцирования функции, неверного решения дробно-рационального уравнения.

В качестве путей устранения ошибок в ходе обучения школьников теме рекомендуется систематически, без привязки к изучаемой теме включать наглядные задания на поиск промежутков монотонности; на поиск знака производной в зависимости от поведения функции на заданном промежутке; на поиск точек экстремума; на поиск экстремумов функции; на поиск наибольшего или наименьшего значений функции и др. Проводить устные обсуждения заданий во время устного опроса систематически и без привязки к теме урока; использовать аппарат математического анализа для решения задач, не входящих в тему «Приложение производной».

Задание № 13

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sqrt{2} \cos(x + \pi) + 1 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Это задание решают преимущественно участники ЕГЭ с высоким и средним уровнями подготовки, а слабо подготовленные экзаменуемые к этому заданию приступают редко. Успешно решили это задание от 0 % участников из

слабой группы до 95% участников из сильной группы, в целом средний процент решаемости составил 53%.

Ошибки, которые делали в этом задании выпускники, можно разделить на четыре вида:

- неверное применение формулы приведения;
- незнание формулы косинуса двойного угла;
- ошибки в формулах решения частного случая простейшего тригонометрического уравнения;
- неверное решение простейшего тригонометрического уравнения.

В последние годы всё чаще участники экзамена находят серии решения тригонометрического уравнения по отдельности, пользуясь тригонометрическим кругом для графической интерпретации. Множество корней может быть записано по-разному. При отборе корней так же чаще используют числовую (тригонометрическую) окружность. Этот метод безусловно обладает рядом преимуществ (простота, быстрота нахождения необходимых корней и наглядностью), но выпускники при этом нередко упускают, что обоснованным решением являются следующие моменты: на числовой окружности должно быть отмечены и обозначены концы числового отрезка, выделена дуга, отмечены и обозначены корни, принадлежащие данному отрезку. На окружности могут быть отмечены вспомогательные числа, принадлежащие числовому отрезку. Вторым по распространенности является отбор корней с помощью решения двойных неравенств, к недостаткам которого можно отнести вычислительные ошибки. Все реже отбор корней производится другими способами (с помощью графика функции, перебором и т.п.). При этом отбор корней нельзя назвать обоснованным, если перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

Для успешного решения тригонометрических уравнений необходимо закреплять знание тригонометрических формул: основное тригонометрическое тождество и следствия из него; формулы приведения; формулы сложения; формулы двойного, тройного и т.д. угла; формулы понижения степени; формулы суммы и разности тригонометрических функций; формулы произведения синусов, косинусов и синуса на косинус; универсальная тригонометрическая подстановка, пр. Учащимся необходимо показать различные способы отбора корней тригонометрического уравнения из указанного промежутка: с помощью единичной окружности, с помощью графика тригонометрической функции, с помощью числовой прямой, решая двойное линейное неравенство, перебором.

Задание № 15

Решите неравенство:
$$\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}.$$

С заданием справились только 32% выпускников. Неравенства решают преимущественно экзаменуемые с высоким и средним уровнями подготовки, а слабо подготовленные участники к этому заданию не приступают. Ошибки в выполнении задания 15 свидетельствуют о существующей проблеме в

подготовке заметной доли выпускников — несформированности умения решать не только показательные неравенства, но и неравенства вообще. Основанием для этого вывода стали выявленные ошибки: неумение решать рациональные неравенства; неумение находить и записывать решение системы неравенств; непонимание сути метода интервалов.

Для устранения указанных проблем при подготовке к ГИА следует начинать повторение с простейших заданий на решение неравенств и, отработав базовые приемы, переходить к решению разнообразных заданий уровня ЕГЭ, в том числе заданий прошлых лет. При проверке решений школьников на уроке учителю следует проверять именно математическую корректность и обоснованность решения, а не только совпадение ответа или, напротив, совпадение решения с тем или иным «эталоном».

Задание № 16

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 48250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

К выполнению этой задачи приступали многие учащиеся. Поскольку задача текстовая, содержащая в себе несколько условий, которые необходимо учесть, многие учащиеся не смогли совместить все условия или неверно поняли условие, в результате чего неправильно построили математическую модель к задаче.

Ошибки, допущенные при решении этой задачи можно разделить на два типа – ошибки при составлении уравнения и ошибки вычислительного характера.

Очень часто наблюдались вычислительные ошибки. Некоторые школьники пользовались при построении модели лишь своими предположениями, не обосновывая их. В целом справились с заданием лишь 31% выпускников.

При подготовке к ЕГЭ, решению экономических задач учитель не должен ориентироваться только на задачи предыдущих лет. Задания второй части, в т.ч. и задание 16 – это задания закрытого сегмента, требующие глубоких знаний, самостоятельных решений. При решении задач с экономическим содержанием необходимо понимание следующих понятий: кредит, погашение кредита, платеж, ценные бумаги, долг, процентная вкладка, вклад, прибыль, акции, выручка, издержки, процент, знание формул простых и сложных процентов, пр. Для решения данных задач необходимо познакомиться с двумя математическими моделями, лежащими в основе наиболее распространенных схем выплат по банковскому кредиту – дифференцированной и аннуитетной. В

основе этих схем лежит формула «сложных» процентов, а также свойства арифметической и геометрической прогрессий. Поэтому необходимо повторить свойства прогрессий: определения, формулы n -го члена и суммы n последовательных членов каждой из прогрессий. Также необходимо повторить теорию дифференцирования функций, вспомнить определение максимума и минимума в задачах на максимальную/ минимальную прибыль.

Задание № 18

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0 \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Навыки, необходимые для верного выполнения данного задания, формируются на протяжении многих лет обучения математике. Для решения задачи необходимы развитая математическая культура, это позволит решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата, умение проводить исследование системы уравнений на совместность и количество решений. Многим выпускникам помогло умение изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями. Задача даёт возможность участнику экзамена, претендующему на поступление в вуз с высокими требованиями к уровню математической подготовки, показать умение верно проводить рассуждения, проверки, преобразования. Поэтому за задачу берутся в основном выпускники с высоким уровнем подготовки. Выполнение задания является одним из характерных признаков наиболее сильной группы участников. Хотя и в этой группе успеха в решении достигает лишь 26% из сильной группы и только 1% из третьей при общем выполнении около 7%.

Основные ошибки при решении задания:

- неверное понимание условия задачи;
- неучет ограничений, возникающих из-за наличия модуля в одном из уравнений системы;
- неверное определение вида кривых по их уравнениям;
- неумение строить графики;
- ошибки в понимании логики анализа задачи;
- неумение делать необходимые обоснования;
- вычислительные ошибки.

Выполнение задания является одним из характерных признаков наиболее сильной группы участников, так как навыки, необходимые для верного выполнения данного задания, формируются на протяжении многих лет обучения математике.

Решение проблемы – включение задач с параметрами в процесс обучения математике с 5-го класса; организация изучения задач с параметрами на факультативных занятиях, кружках, летних «математических» школах, тематических семинарах и пр.

Задание № 19

Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

- а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?
- б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?
- в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?

Особенность задания №19 состоит в том, что практически все задания этого типа апеллируют к целочисленной арифметике, причём к фактам, известным из курса 5–7-х классов. Задача имеет исследовательский характер, требуя проверки подтверждения или опровержения гипотез на основании свойств натуральных чисел. Для выполнения этого задания определенных алгоритмов не существует, все рассуждения должны быть обоснованными, а приводимые примеры убедительными и удовлетворяющими всем условиям задачи. Однако в большинстве работ встречались только ответы или неполные обоснования доказываемых утверждений.

На ненулевой балл решают задачу от 9% (слабая группа) до 49% (сильная группа) участников экзамена. Достаточно высокие показатели выполнения задания обусловлены спецификой самого задания в 2024 году. Средний процент выполнения задания по всем вариантам, использованным в регионе, составил 33%.

Типичные ошибки:

- наличие правильных ответов без примеров и обоснований;
- непонимание или неверная трактовка условия задачи, упущение некоторых фактов из условия, поверхностный взгляд на условие задачи, склонность упростить его на свой взгляд
- арифметические ошибки;
- необоснованность утверждений, в частности, неполный перебор в п б) и в).

Основные проблемы при решении 19-ой задачи связаны с отсутствием опыта решения задач данного типа, неумением оформлять доказательства, проводить оценку. Выход – включение учащихся в деятельность по решению задач данного типа.

Подготовка к выполнению задания 19 должна быть индивидуальной для одаренных учащихся профильных математических классов, должна осуществляться на протяжении изучения всего курса математики в школе. Необходимо постоянное развитие мыслительных операций такого ученика: решение задач повышенной сложности и участие в олимпиадах, решение нестандартных задач, головоломок; поддержание интереса и мотивации, развитие логического мышления, умения доказывать и рассуждать, накопление различных способов и приемов, математического инструментария.

Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ

Согласно приказу Министерства просвещения Российской Федерации от 23.11.2022 № 1014 «Об утверждении федеральной образовательной программы

среднего общего образования», в процессе обучения учащимися должны быть достигнуты не только предметные и личностные, но и метапредметные результаты обучения, включающие:

- универсальные познавательные действия, обеспечивающие формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (базовые логические, базовые исследовательские действия, работу с информацией);

- универсальные коммуникативные действия, обеспечивающие формирование социальных навыков обучающихся (социальные навыки общения, совместной деятельности);

- универсальные регулятивные действия, обеспечивающие формирование смысловых установок и жизненных навыков личности (самоорганизации, самоконтроля, развитие эмоционального интеллекта).

Достижение определенного уровня владения навыками регулятивных универсальных учебных действий, в частности, самоорганизации (составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации) и самоконтроля (владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи; умения предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей; оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту) возможно проследить по всем заданиям КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня.

Метапредметные умения, навыки и способы деятельности, несформированность которых могла повлиять на успешность выполнения экзаменационных заданий

Таблица 6.

Номер задания КИМ	Метапредметные умения, навыки, способы деятельности	Типичные ошибки
Познавательные УУД		
Все задания	- Самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне, определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - Анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях	Вычислительные и логические ошибки
4, 5, 9, 10, 16	Выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать	Неверное составление модели

	параметры и критерии решения	
9	Уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; уметь интегрировать знания из разных предметных областей; осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду	Неверное применение формулы
8, 11	Владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления	Неверное прочтение графика
9, 10, 16	- Устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - Выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - Выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;	Неверный ответ на вопрос задачи в соответствии с конкретной ситуацией практического содержания, описанной в тексте задания
1-3, 14, 16	- Выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - Самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне; определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - Выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения	Незнание геометрических фактов, утверждений, формул
1-3, 14, 16	- Устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения	Неверное применение теорем
6, 8, 9, 12, 13, 15, 16	- Самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне; определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - Выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения	Неверное решение уравнений и неравенств

4, 5, 9, 10, 16, 19	- Овладение видами деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях	Ошибки понимания текстовых формулировок задачи
Задания второй части	- Выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения	Отсутствие попыток решения
Регулятивные УУД		
Все задания	Саморегулирование, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за своё поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому	Вычислительные и логические ошибки
4, 5, 9, 10, 16	Самостоятельно составлять план решения проблемы с учётом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение; способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний	Неверное составление модели
Задания второй части	Самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях	Отсутствие попыток решения задачи
Коммуникативные УУД		
Задания второй части	Развёрнуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств	Неумение в письменном сообщении грамотно выстроить ход решения задачи

Исходя из значений нижних границ процентов выполнения заданий различных уровней сложности (50% для базового, 15% для повышенного и высокого), можно говорить об успешном освоении следующих элементов содержания:

1 Числа и вычисления

1.1 Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел

1.2 Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби

1.5 Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента

1.7 Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений

1.8 Преобразование выражений

2. Уравнения и неравенства

- 2.1 Целые и дробно-рациональные уравнения
 - 2.2 Иррациональные уравнения
 - 2.3 Тригонометрические уравнения
 - 2.7 Показательные и логарифмические неравенства
 - 3. Функции и графики
 - 3.1 Функция, способы задания функции. График функции.
 - 3.2 Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
 - 3.5 Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
 - 4. Начала математического анализа
 - 4.1 Производная функции. Производные элементарных функций
 - 4.2 Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
 - 5 Множества и логика
 - 5.2 Логика
 - 6. Вероятность и статистика
 - 6.1 Описательная статистика
 - 6.2 Вероятность
 - 6.3 Комбинаторика
 - 7. Геометрия
 - 7.1. Фигуры на плоскости
 - 7.3 Многогранники
 - 7.5. Координаты и векторы
- Можно говорить об успешном освоении следующих умений и видов деятельности на базовом уровне:
- умение оперировать понятиями: плоский угол; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (угол), используя изученные формулы и методы;
 - умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число;
 - умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
 - умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность;

- умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; применять формулы умножения вероятностей;
- умение решать уравнения с помощью различных приёмов;
- умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями;
- умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, производная функции; умение использовать производную для исследования функций.

На высоком и повышенном уровне сложности можно говорить об успешном освоении следующих умений:

- умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
- умение решать текстовые задачи на работу, составлять выражения, уравнения по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
- умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений;
- умение оперировать понятиями: экстремум функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций;
- умение решать уравнения, неравенства с помощью различных приёмов;
- умение решать уравнения, неравенства с помощью различных приёмов;
- умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами;
- владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение использовать признаки делимости; умение выбирать подходящий метод для решения задачи.

Нельзя считать достаточным уровень усвоения следующих элементов содержания:

2 Уравнения и неравенства

2.10 Уравнения, неравенства и системы с параметрами

3.6 Свойства функций, непрерывных на отрезке

7 Геометрия

7.1 Фигуры на плоскости

7.2 Прямые и плоскости в пространстве

7.3 Многогранники

У участников ЕГЭ 2024 г. возникли затруднения при выполнении заданий повышенного уровня сложности, контролирующими следующие умения:

– умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии.

У участников ЕГЭ 2024 г. возникли затруднения при выполнении заданий высокого уровня сложности, контролирующими следующие умения:

– умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами.

На базовом уровне сложности можно отметить некоторую устойчивость решаемости простейших заданий по теории вероятностей (задание №4) и простейших уравнений (задание №6). В текущем году снизился процент выполнения стереометрического задания (задание №3), задачи, проверяющей умение применять формулы сложения и умножения вероятностей (задача №5), задания на выполнение преобразований (задание №7) и выполнение действий с функциями (задача №8).

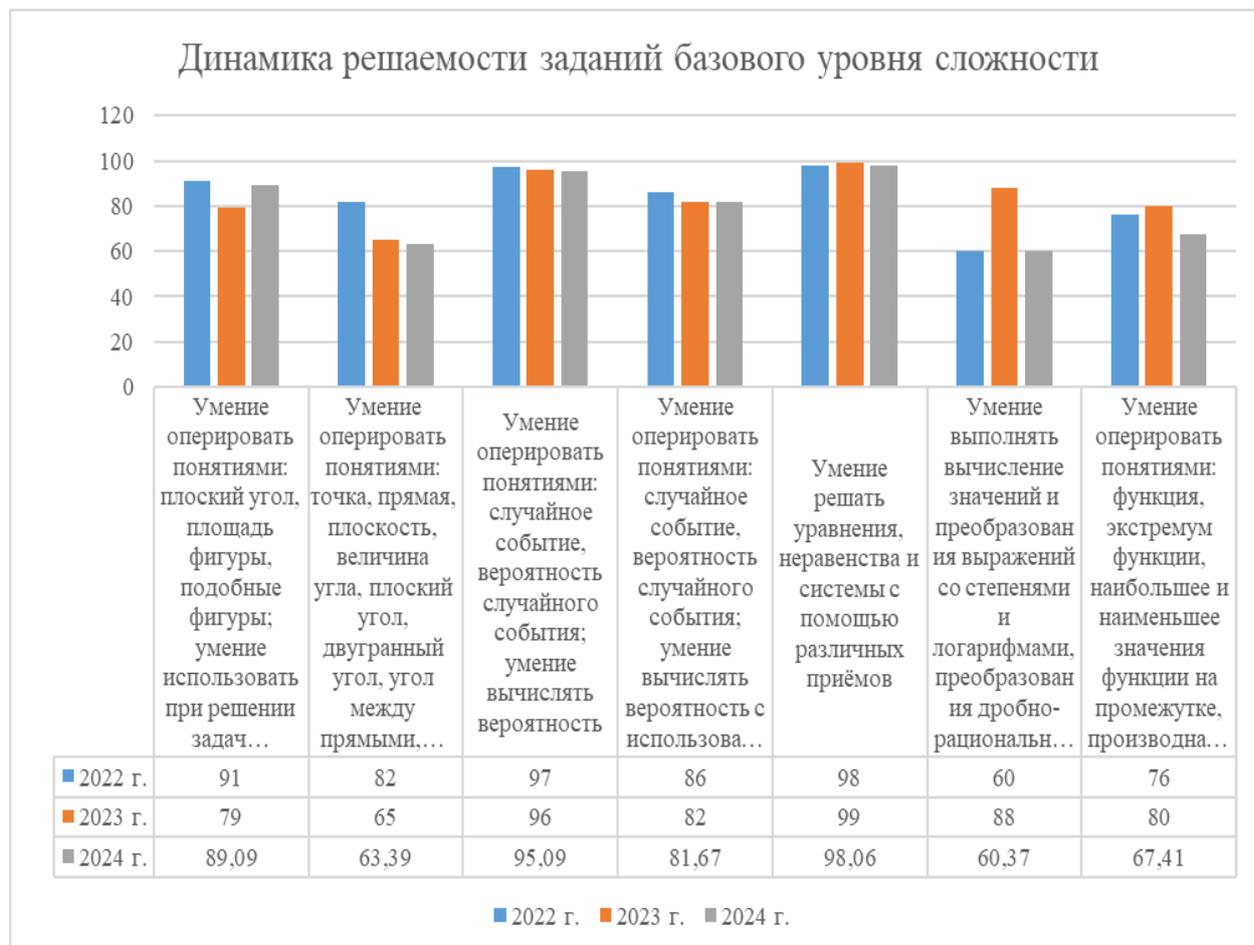


Рисунок 7. Динамика решаемости заданий базового уровня сложности

Из заданий, проверяющих сформированность умений на повышенном уровне сложности, нельзя выявить относительное постоянство процента решаемости каких-либо заданий, процент решаемости сильно коррелирует с содержанием. В текущем году уменьшился процент выполнения заданий, проверяющих умение моделировать реальные ситуации на языке математики (задача №9), умением оперировать понятием минимум функции (задание №12). Вырос процент решаемости текстовой задачи (задача №10) и планиметрической задачи (задача №17).



Рисунок 8. Динамика решаемости заданий повышенного уровня сложности

Успешность выполнения заданий высокого уровня сложности за последние три года возросла.

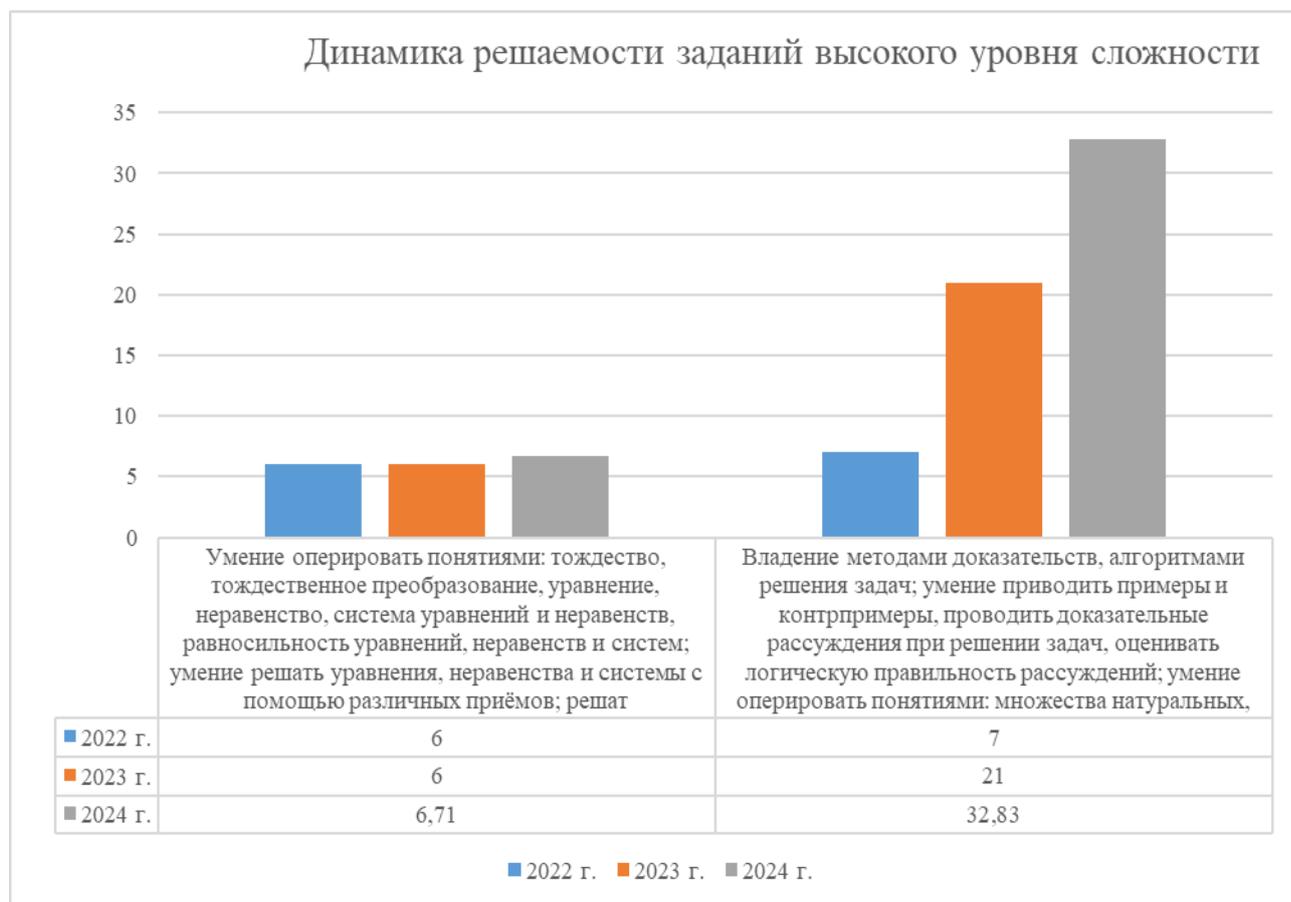


Рисунок 9. Динамика решаемости заданий высокого уровня сложности

Рекомендации учителям по совершенствованию организации и методики преподавания предмета Кировской области на основе выявленных типичных затруднений и ошибок по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся

С целью совершенствования организации и методики преподавания предмета в регионе педагогам образовательных организаций всех типов предлагаются следующие рекомендации:

1. Изучить и обсудить аналитические материалы и методические рекомендации по итогам проведения профильного ЕГЭ по математике в 2024 году, обратив внимание на выявленные типичные ошибки и пути их устранения.

2. В течение учебного года элементы ЕГЭ должны регулярно присутствовать элементы закрепления пройденного материала, педагогической диагностики, контроля изучаемого и ранее изученного материала. Необходимо уделять должное внимание полноценному преподаванию курса алгебры, геометрии и начал математического анализа, вероятности и статистики.

3. Следует усилить работу по повышению уровня вычислительных навыков учащихся (например, с помощью устной работы на уроках:

применение арифметических законов действий при работе с рациональными числами, свойства степеней, корней, математические диктанты и др.), что позволит им успешно выполнить задания, избежать досадных ошибок, применяя рациональные методы вычислений.

4. Необходимо обратить пристальное внимание на изучение геометрии – непосредственно с 7 класса, когда начинается систематическое изучение этого предмета. Причем речь идет не о «натаскивании» на решение конкретных задач, предлагавшихся в различных вариантах ЕГЭ, а о систематическом изучении предмета. По геометрии следует обязательно проводить теоретические зачеты, организовать работу по составлению корректно обоснованных доказательств в геометрических заданиях. Необходимо повышать роль заданий по наглядной геометрии в 5-6 классах, делать акцент на развитие геометрической интуиции в 7-9 и 10-11 классах.

5. Формировать на уроках и во внеурочной деятельности навыки самоконтроля, навыки письменной математической речи, читательской грамотности, умение анализировать текст, сопоставлять и делать выводы, основываясь на математических фактах. Уходить от натаскивания на готовые схемы решения некоторых типов задач к пониманию содержательных элементов задачи и методов её решения.

6. Максимально полно использовать ресурсы официального сайта Федерального института педагогических измерений (www.fipi.ru), что позволит оперативно знакомиться с нормативными документами и методическими материалами (демонстрационным вариантом КИМов для проведения ГИА в текущем году, кодификатором элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся, спецификацией КИМов для проведения ЕГЭ). Кроме того, на сайте можно найти Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ прошлых лет, которые содержат разбор критериев оценивания, примеры проверки выполнения заданий с развернутым ответом, анализ типичных ошибок выпускников, памятки для экспертов. Важную роль для подготовки к экзаменам играет размещенный на сайте ФИПИ открытый банк заданий ЕГЭ.

Большую помощь выпускникам окажут специальные видеоконсультации разработчиков контрольно-измерительных материалов, которые можно найти во вкладке «Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ».

Материалы ФИПИ, оперативно реагирующего на образовательные запросы в текущей учебной ситуации, рекомендованы к обязательному изучению учителями и обучающимися, так как могут оказать действенную помощь в подготовке, будут способствовать решению вопросов, возникающих в изменившихся условиях обучения, содействовать снятию излишнего напряжения и страха перед экзаменами в нетипичных для школьников условиях.

7. Подготовку обучающихся к ЕГЭ рекомендуется осуществлять с использованием цифровых образовательных ресурсов из числа рекомендованных Министерством просвещения РФ: РЭШ, МЭШ, Решу ЕГЭ,

Я-класс, Учи. ру и др. К сожалению, чаще всего педагоги ограничиваются ресурсами сайта Решу ЕГЭ или alexlarin.net, на котором ежемесячно размещаются варианты ЕГЭ, придуманные разработчиками сайта. Важно понимать, что данные варианты никогда не будут использоваться в настоящих контрольно-измерительных материалах, которые будут предложены участникам ЕГЭ. Количество прорешенных на этапе подготовки вариантов, взятых с сайтов или из учебных пособий, не может быть прямо пропорционально баллам, которые выпускник получит на реальном экзамене, о чем часто учителя не задумываются. Во многих образовательных организациях региона подготовка к ЕГЭ ограничивается выполнением как можно большего количества примерных вариантов. Между тем следует максимально задействовать ресурсы современной системы образования, понимать, что только активная самостоятельная познавательная и разнообразная деятельность обучающихся может выступать залогом успеха на ЕГЭ.

8. Учителям рекомендуется проводить пробные экзамены с соблюдением всех требований реального ЕГЭ по математике, с периодичностью, не допускающей перегрузки учеников. Это позволит, помимо оценки возможностей каждого из учащихся, сформировать стрессоустойчивость к реальному экзамену ЕГЭ.

Рекомендации учителям по совершенствованию организации и методики преподавания предмета Кировской области на основе выявленных типичных затруднений и ошибок по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки

В процессе обучения для успешного выполнения заданий всех уровней (базового, повышенного и высокого) следует применять дифференцированный подход: дифференцировать домашние задания, задания на проверочные и контрольные работы. Необходимо выстроить подготовку к экзамену с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, дифференциации по уровню подготовки и ставить перед каждым ту цель, которую он может реализовать в соответствии с уровнем его подготовки, при этом опираясь на самооценку и устремления каждого.

При работе с группой обучающихся, имеющих хорошие учебные возможности, достаточный уровень знаний, главное внимание необходимо уделять развитию их познавательной активности, воспитанию самостоятельности и уверенности в своих интеллектуальных возможностях. Целью обучения таких учащихся должно стать воспитание у этой группы ребят трудолюбия и высокой требовательности к результатам своей работы. Необходимо создавать условия для организации самостоятельной деятельности обучающихся из этой группы, стимулировать их интерес к изучению предмета. Роль учителя должна заключаться в сопровождении познавательной деятельности этих обучающихся.

При работе с обучающимися со средними учебными возможностями главное внимание необходимо уделять развитию их познавательной активности,

участию в разрешении проблемных ситуаций, воспитанию самостоятельности и уверенности в своих познавательных возможностях. Необходимо постоянно создавать условия для продвижения в развитии этой группы школьников и постепенного перехода части из них в первую группу.

Третью группу представляют обучающиеся с пониженной успеваемостью в результате их низких способностей или пониженной мотивации. Необходимо уделять особое внимание этим обучающимся, помогать им усваивать материал. В работе с ними следует применять письменные инструкции, алгоритмы, образцы рассуждений, таблицы. Объяснение нового материала должно быть более детализированным, развернутым, опираться на наглядность, практическую деятельность ребят. Учитывая особенности памяти этих детей, необходимо постоянно возвращаться к изученному материалу, повторять его, доводя до автоматизма, поддерживать их внимание при объяснении нового материала, замедлять темп объяснения в трудных местах, поощрять вопросы с их стороны при затруднении в усвоении.

Кроме того, для обучающихся со слабой и базовой математической подготовкой необходимо предусмотреть в течение всего периода обучения выполнение упражнений, развивающих метапредметные компетенции школьников, в т.ч. умение читать и верно понимать условие задачи.

Роль уроков математики в развитии данного навыка заключается в развитии следующих результатов:

- умение целенаправленно читать учебный текст;
- умение анализировать условие задачи и составлять краткую запись исходных данных;
- задавать проблемные вопросы;
- делать чертеж по условию задачи;
- вести обсуждение в группе;
- умение конспектировать математический текст;
- способность грамотно изложить свою точку зрения, используя математическую терминологию;
- умение конспектировать устную речь;
- умение вести дискуссию письменно.

При решении геометрических задач для предупреждения неуспешности участников с низким и базовым уровнем подготовки необходимо добиться от каждого учащегося, прежде всего, знание терминологии, знания основных теорем, отражающих свойства и признаки геометрических объектов.

При изучении нового материала и его отработке необходимо сочетать различные методы обучения: традиционные и интерактивные, направленные на организацию самостоятельной работы каждого ученика, что также позволит устранить пробелы в знаниях и умениях, поможет проводить подготовку к аттестации дифференцированно для слабых и сильных учеников.

Особое внимание при обучении математике слабо успевающих учащихся необходимо уделять развитию регулятивных навыков, в том числе

- умению удерживать цель деятельности до получения ее результата;

- планировать решение учебной задачи; оценивать весомость приводимых доказательств и рассуждений;
- корректировать деятельность: вносить изменения в процесс с учетом возникших трудностей и ошибок, намечать способы их устранения;
- осуществлять контроль деятельности; оценивать результаты деятельности;
- анализировать собственную работу.

Рекомендации администрациям образовательных организаций по совершенствованию организации и методики преподавания предмета Кировской области на основе выявленных типичных затруднений и ошибок по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки

1. Проанализировать результаты ЕГЭ по математике в ОО, определить актуальные проблемы повышения качества преподавания учебного предмета.
2. Провести информационно-разъяснительную работу с обучающимися и их родителями по выбору уровня сдачи экзамена по математике и осмысленному выбору предметов по выбору.
3. Разработать систему внутришкольного мониторинга по предмету с целью выявления пробелов знаний и затруднений учащихся.
4. Провести качественный анализ кадрового и ресурсного обеспечения и принять меры по повышению качества профессионального мастерства педагогов с низкими результатами и имеющими учащихся, не преодолевшими минимальный порог.

Рекомендации по темам для обсуждения / обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования

Представляется целесообразным вынести на заседания методического объединения рассмотрение следующих вопросов:

- анализ итогов ЕГЭ по предмету и задачи МО по совершенствованию качества учебного процесса по математике;
- анализ типичных ошибок, допущенных выпускниками в ходе ЕГЭ по математике;
- осуществление корректировки учебно-тематического планирования в соответствии с результатами ЕГЭ по математике;
- разработка систем мер по профилактике типичных учебных затруднений, обучающихся по темам, выносимых на ЕГЭ по математике;
- повышения эффективности работы с базовыми понятиями учебного курса «Математика»;
- использование тестовой формы контроля знаний, умений и навыков по математике;

- презентация опыта образовательных организаций, показавших высокие результаты ГИА по математике;
- организация обмена опытом по подготовке обучающихся к ЕГЭ внутри методического объединения; в рамках образовательной организации;
- изучение опыта работы методических объединений других школ по подготовке к ЕГЭ;
- разработка систем разноуровневых заданий по наиболее сложным темам курса;
- разработка проблематики тематических консультаций для выпускников при подготовке к ЕГЭ по математике;
- характеристика особенностей выполнения заданий базового (повышенного, высокого) уровня при проведении ЕГЭ;
- применение цифровых образовательных ресурсов и технологий при подготовке обучающихся к ЕГЭ по математике.