



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ  
ОБРАЗОВАНИЯ  
КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ

## Научно-методическое сопровождение педагогов по формированию математической грамотности обучающихся

Ряattelь Александра Владимировна,  
методист кафедры предметных областей  
КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»,  
кандидат физико-математических наук, доцент





## Функциональная грамотность

### Исследование PISA:

Обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в современном обществе, т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений?

*PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. Paris: OECD Publishing, 2019. 308 p.*



## Основные направления формирования функциональной грамотности



Математическая грамотность



Финансовая грамотность



Читательская грамотность



Глобальные компетенции



Естественнонаучная грамотность



Креативное мышление

Источник:

<http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/>



## ЕДИНАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Российские школьники обладают значительным объемом знаний, но не умеют грамотно пользоваться этими знаниями.

**МИ**

Международные  
исследования

**ВПР**

Всероссийские  
проверочные  
работы

**ГИА**

Государственная итоговая  
аттестация

**НИКО**

Национальные  
исследования  
качества  
образования

## Общероссийская оценка по модели PISA














Приказ МИНПРОСВЕЩЕНИЯ N 219,  
РОСОБРНАДЗОРА приказ N 590, от 06.05.2019

**НОВОЕ**


















## PISA (Programme for International Student Assessment) Международная программа по оценке качества образования



Математическая грамотность										
Страна	2015		2012		2009		2006		2003	
	Сред. балл	Место	Сред. балл	Место	Сред. балл	Место	Сред. балл	Место	Сред. балл	Место
 Сингапур	564	1	573	1	562	1	—	—	—	—
 Гонконг	548	2	561	2	555	2	547	3	550	1
 Макао	544	3	538	5	525	10	525	8	527	8
 Китайская Республика	542	4	560	3	543	4	549	1	—	—
 Япония	532	5	536	6	529	7	523	9	534	5
 Китай	531	6	—	—	—	—	—	—	—	—
 Республика Корея	524	7	554	4	546	3	547	4	542	3
 Швейцария	521	8	531	7	534	6	530	6	527	9
 Эстония	520	9	521	9	512	15	515	13	—	—
 Канада	516	10	518	11	527	8	527	7	532	6
 Нидерланды	512	11	523	8	526	9	531	5	538	4
 Дания	511	12	500	20	503	17	513	14	514	14
 Финляндия	511	13	519	10	541	5	548	2	544	2



 Словения	510	14	501	19	501	18	504	18	—	—
 Бельгия	507	15	515	13	515	12	520	11	529	7
 Германия	506	16	514	14	513	14	504	19	503	19
 Ирландия	504	18	501	18	487	30	501	21	503	20
 Польша	504	17	518	12	495	23	495	24	490	24
 Норвегия	502	19	489	28	498	19	490	28	495	22
 Австрия	497	20	506	16	496	22	505	17	506	18
 Новая Зеландия	495	21	500	21	519	11	522	10	523	11
 Вьетнам	495	22	511	15	—	—	—	—	—	—
 Австралия 	494	25	504	17	514	13	520	12	524	10
 Россия	<b>494</b>	<b>23</b>	<b>482</b>	<b>32</b>	<b>468</b>	<b>36</b>	<b>476</b>	<b>32</b>	<b>468</b>	<b>29</b>
 Швеция	494	24	478	36	494	24	502	20	509	16
 Франция	493	26	495	23	497	20	496	22	511	15
 Чехия	492	28	499	22	493	25	510	15	516	12



## Математическая грамотность (PISA-2022)

Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке.



Контексты

- Личный
- Профессиональный
- Общественный
- Научный



Навыки 21 века

- Критическое мышление
- Креативность
- Исследование и изучение
- Саморегуляция, инициативность и настойчивость
- Использование информации
- Системное мышление
- Коммуникация
- Рефлексия

Задача в контексте реального мира





# Модель математической грамотности. PISA

РЕАЛЬНЫЙ МИР

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ  
МИР

**Мир**  
•индиви-  
дуума  
•образов  
ания и  
про-  
фессий  
•социума  
•науки

Проблема  
в контексте

Формулировать

Математическая  
проблема

Оценивать

Результаты  
в контексте

Интерпретировать

Применять

Математические  
результаты

- Количество (арифметика)
- Изменения и зависимости (алгебра)
- Пространст-во и форма (геометрия)
- Неопреде- лённость и данные



## Уровни математической грамотности (по PISA)

### Самостоятельно мыслящие, способные функционировать в сложных условиях

**Уровень 6** (нижняя граница в баллах – 669,30) - осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций в нетипичных контекстах. Учащиеся могут гибко связывать различные источники информации и представления.

**Уровень 5** (границы в баллах: 606,99 – 669,30) - создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения комплексных проблем, умение размышлять и рассуждать, связывать между собой формы представления информации.



## Уровни математической грамотности (по PISA)

### Способны использовать имеющиеся знания для получения новой информации

**Уровень 4** (544,68 – 606,99) - работать с четко определенными (детальными) моделями сложных конкретных ситуаций, выбрать и интегрировать информацию, представленную в различной форме, изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия.

**Уровень 3** (482,38 – 544,68) способны выполнять четко описанные процедуры, выбор и применения простых методов решения, способность справляться с процентами, обыкновенными и десятичными дробями, работать с пропорциональными зависимостями. Учащиеся могут выполнять четко описанные процедуры, в том числе те, которые требуют последовательных решений. Они могут построить простую модель и на ее основе выбрать и применить простые стратегии решения проблем.



## Уровни математической грамотности (по PISA)

**Уровень 2** (границы в баллах: 420,07 – 482,38) - интерпретировать и распознавать в контекстах ситуации, где требуется применять стандартные алгоритмы, формулы, процедуры, соглашения или правила для решения проблем, способны грамотно интерпретировать полученные результаты. Уровень 2 – пороговый, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших неучебных ситуациях.

Примерно 20% выпускников основной школы не достигают порогового уровня функциональной грамотности по трем областям: читательской, математической, естественнонаучной.

Примерно 33% - по одной из областей.



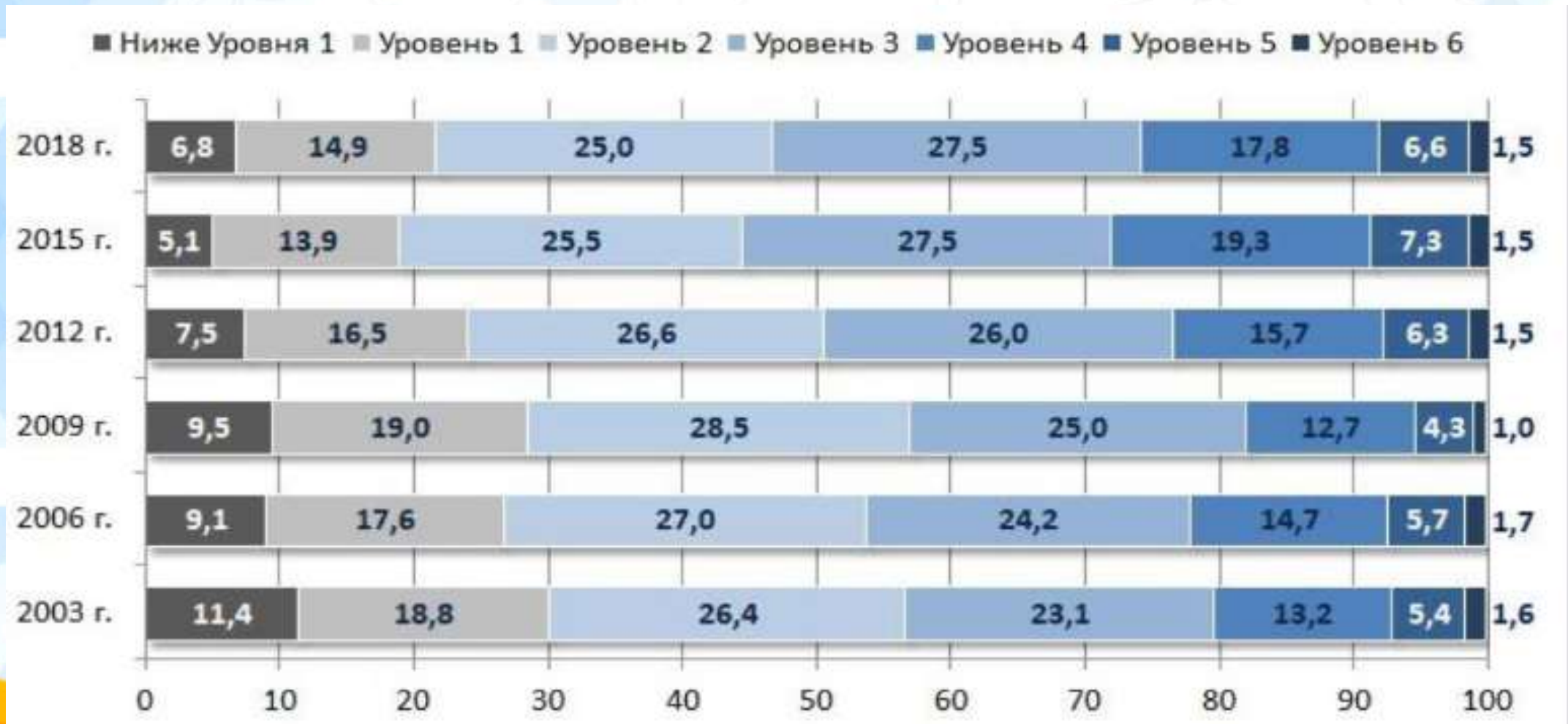
## Уровни математической грамотности (по PISA)

**Уровень 1** (границы в баллах: 357,77 – 420,07) – учащиеся способны ответить на вопросы в знакомых контекстах, когда представлена вся необходимая информация и вопросы ясно сформулированы. Они способны распознать нужную информацию и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями в четко определенных ситуациях. Они могут выполнить действия, которые почти всегда очевидны и явно следуют из описания предложенной ситуации.

Уровень ниже 1 (верхняя граница в баллах 357,77) - учащиеся способны выполнить очень прямые и простые математические задания, например, найти единственное значение на четко оформленной диаграмме или в таблице, где надписи на диаграммах или столбцах и строках таблицы полностью соответствуют словам, приведенным в описании ситуации и в вопросах к ней. Таким образом, критерии выбора должны быть ясны учащимся, а зависимость между диаграммой или таблицей и аспектами контекста очевидна, а для выполнения арифметических вычислений с натуральными числами даны четкие указания.



# Уровни математической грамотности учащихся





# Поэтапное развитие умений, составляющих основу математической грамотности

Метапредметные результаты	Математическая грамотность
5 класс Уровень узнавания и понимания	находит и извлекает математическую информацию в различном контексте
6 класс Уровень понимания и применения	применяет математические знания для решения разного рода проблем
7 класс Уровень анализа и синтеза	формулирует математическую проблему на основе анализа ситуации
8 класс Уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания	интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации
9 класс Уровень оценки (рефлексии) в рамках метапредметного содержания	интерпретирует и оценивает математические результаты в контексте национальной или глобальной ситуации



## УУД по формированию математической грамотности

- - находит и извлекает математическую информацию в различном контексте;
  - применяет математические знания для решения разного рода проблем;
  - формулирует математическую проблему на основе анализа ситуации;
  - интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации;
  - интерпретирует и оценивает математические результаты в контексте национальной или глобальной ситуации.
- Уровни сформированности: высокий, средний, низкий.
- «Цель обучения ребенка состоит в том, чтобы сделать его способным развиваться дальше, без помощи учителя» (Элберт Хаббарт)





## Функциональная грамотность: что отличает обучение в странах-лидерах

- Фокус не на деятельности учителя по представлению нового материала, а на стимулировании самостоятельной учебной деятельности ученика.
  - Мотивирующая образовательная среда.
  - Обучение через исследование: активный ученик - уточняет задачу, ищет информацию, представляет результат, формулирует критерии оценки, вместе с учителем оценивает успешность выполнения.
  - Оценивание для обучения: выполняет функцию обратной связи – показывает сильные и слабые результаты, высвечивает ближайшие и долгосрочные учебные цели.
  - Персонализированное обучение: учебные задачи релевантны опыту ученика, актуальны для него.
  - Проектное обучение: межпредметные групповые проекты различной продолжительности, в том числе в связке с реальными задачами своего сообщества



## Аспекты математической грамотности

- Помнить о системности формируемых математических знаний, о необходимости теоретической базы: без знаний нет применения.
- Формировать готовность к взаимодействию с математической стороной окружающего мира: через опыт и погружение в реальные ситуации (отдельные задания; цепочки заданий, объединенных ситуацией, проектные работы).
- Учить математическому моделированию реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные, создавать опыт поиска путей решения жизненных задач.
- Развивать когнитивную сферу, учить познавать окружающий мир, задаваться вопросами и решать задачи разными способами.
- Формировать компетенции: коммуникативную, читательскую, информационную, социальную.
- Развивать регулятивную сферу и рефлексивность: учить планировать деятельность, конструировать алгоритмы (вычисления, построения и пр.), контролировать процесс и результат, выполнять проверку на соответствие исходным данным и правдоподобие, коррекцию и оценку результата деятельности.



# Характеристики задания для мониторинга

- **Основные характеристики:**

- 1) область содержания
- 2) вид когнитивной деятельности
- 3) контекст

- **Дополнительные характеристики:**

- 4) уровень сложности/математической грамотности
- 5) формы ответа (множественный выбор, краткий ответ, развернутый ответ)
- 6) «объект оценки», проверяемые умения
- 7) оценка (1 балл или 2 балла), критерии оценивания



## Задание 1. «Кассовый аппарат».

Кассовый автомат используют для пополнения счёта на карте «Проезд на транспорте». Информация на экране автомата:

*Клиент может ежедневно вносить:*

- Купюрами – не более 300 рублей,
- Мелочью – не более 30 рублей.

У Гриши есть 70 рублей мелочью (монеты по 10 р. и 5 р.) – 8 монет, а также 400 рублей шестью купюрами.

Всего у Гриши денег – 470 рублей.

Он пересчитал все монеты и купюры и заполнил таблицу.



Количество монет и купюр



6



2



4



2

## Вопрос 1

Составьте числовое выражение, которое показывает, что Гриша учел в таблице всю сумму денег.

Ответ:

## Система оценивания.

### 1 балл:

Записано числовое выражение подсчёта суммы денег (сумма четырёх произведений), например,  $10 \times 6 + 5 \times 2 + 50 \times 4 + 100 \times 2$ .

Ответ считается верным, если слагаемые записаны в любом порядке, а также множители в каждом произведении записаны в любом порядке

Пример верного ответа:

$5 \times 2 + 6 \times 10 + 50 \times 4 + 2 \times 100$  или  $10 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 2$

### 0 баллов:

Другие ответы

Ответ отсутствует.



## Задание 1. «Кассовый аппарат».

### Вопрос 2

Докажите, что Гриша может за два дня положить на счёт все купюры на сумму 400 рублей.

Объясните свой ответ.

Ответ:

### Количество монет и купюр



6



2



4



2

### Система оценивания.

#### 2 балла:

Дано объяснение, в котором показано, сколько денег (и какими купюрами) можно положить в первый и сколько во второй день. В итоге из объяснения должно быть видно, что все купюры внесены за 2 дня. Обязательно должно быть указано, что сумма за 2 дня равна 400 р., или это видно из объяснения (см. пример 2).

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «1 день – 200 р. купюрами по 100р., 2 день – 200 р. купюрами по 50 р, всего 400 р.»

Пример 2. 1 день – 250 р., 2 купюры по 100 р. и 1 – 50 р., 2 день – остальные 150 р., 3 купюры – по 50 р.

Пример 3.

$$50 \times 4 = 200$$

$$100 \times 2 = 200 \quad 200 + 200 = 400 \text{ – за два дня}$$

#### 1 балл:

Объяснение неполное, в нем не упомянуто, какие именно и сколько купюр вносится в первый и во второй день, но сумма за 2 дня составляет 400 р. Кроме того, в объяснении не должно быть неверных утверждений. Примеры возможного объяснения (ответы детей): Пример 1. «За первый день Гриша может положить 300 рублей, а во второй день 100».

Пример 2. «За два дня можно внести купюрами 400 рублей: 1 день - 250 р., 2 день - 150 р.»

Пример 3. «1 день – 300 р., 2 день – 100 р.,  $400 : 300 = 1$  (ост.100). 100 рублей - во второй день».

Пример 4. «400 р. можно внести за 2 дня: 1 день - 200р., 2 день - 200 р.»

Пример 5. «В первый день Гриша положит все купюры равные 50, во второй все 100».

#### 0 баллов:

Другие ответы.

Ответ отсутствует.



## Задание 1. «Кассовый аппарат».

### Вопрос 1.

#### Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** –1
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – выполнение расчетов с натуральными числами; составление числового выражения, соответствующего условию задания
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, упорядочивать действия

### Вопрос 2.

#### Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – выполнение расчетов с натуральными числами; понимание смысла арифметического действия (деление с остатком), прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: формулировать вывод



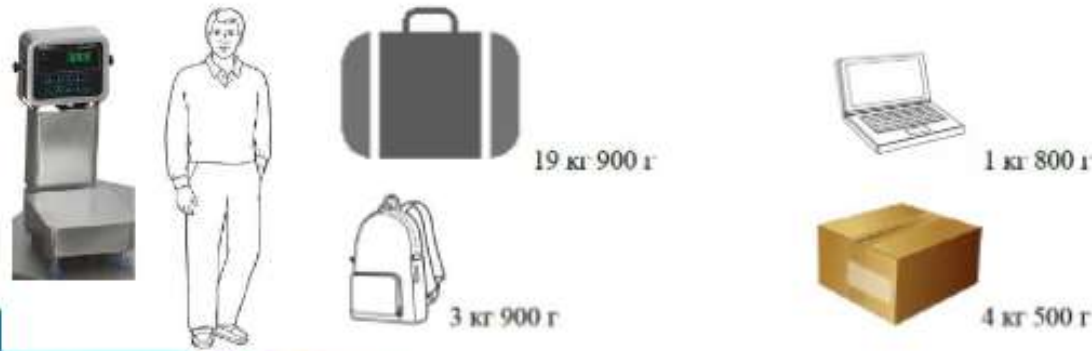
## Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Иван Иванович собирается полететь в отпуск на самолете авиакомпании «Сокол».

Он узнал, что в салон самолета можно взять ручную кладь весом не более 7 кг. Также в стоимость билета входит 1 место багажа весом до 20 кг.

Если у пассажира несколько мест багажа, то на каждое из них можно оформить дополнительное место багажа. Дополнительное место – один предмет весом до 20 кг – стоит 1000 р. Если предмет весом больше 20 кг, то за каждый «лишний» килограмм сверх двадцати нужно заплатить ещё 300 р. (вес округляется в большую сторону до килограмма).

Прибыв в аэропорт, Иван Иванович взвесил каждый предмет своего багажа.



## Вопрос 1

Какие два предмета может взять с собой в салон самолета Иван Иванович? Запишите в следующей таблице названия этих предметов.

Ответ:

Ручная кладь

Решение 1		
Решение 2		

## Система оценивания.

**2 балла:** С использованием соответствующих названий предметов багажа приведены 2 решения в любом порядке

Решение 1	Решение 2
рюкзак	компьютер (или лэптоп)
компьютер (или лэптоп)	Коробка

## 1 балл:

Приведено одно любое решение, а другое решение не приведено или приведено неверное.

**0 баллов:** Другие ответы. Ответ отсутствует.



## Задание 2. «Багаж в аэропорту».

### Вопрос 2

Иван Иванович взял в салон самолета рюкзак и ноутбук. Как Ивану Ивановичу поступить с оставшимися предметами?  
Запишите ответ, объясните его.



Ответ:

Объяснение:

### Система оценивания.

**2 балла:** Дан верный ответ: «Сдать в багаж», «Оформить дополнительное место багажа за 1000 р.» В объяснении должно говориться о том, что одно из мест надо сдать в багаж бесплатно (чемодан) или просто сдать в багаж, а за второе (коробка) надо заплатить 1000 р. (коробка весит около 5 кг, что меньше 20 кг, значит, оплата 1000 р.)

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «Чемодан он сдаст как багаж. А коробка будет дополнительный багаж. За коробку он дополнительно отдаст 1000 р.»

Пример 2. «Чемодан сдать бесплатно в багаж, а коробка весит меньше 20 кг, значит, заплатить за неё 1000р.»

Пример 3. «20кг он повезёт на месте багажа, а за оставшиеся 4кг 500г ему надо доплатить 1000 р.».

**1 балл:** Дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и коробку» ИЛИ «Сдать в багаж» ИЛИ «Оформить дополнительное место багажа», а объяснение, неполное. Например, говорится, как поступить только с одним из оставшихся предметов (см. Примеры 1,3), ИЛИ не указано, сколько надо заплатить за дополнительное место багажа (см. Пример 2), ИЛИ указана неверная оплата за коробку (вместо 1000 р. указано, например, 1200 р. или 1500 р.), но явно видно, что один предмет сдаётся в багаж бесплатно.

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «Сдать в багаж. Объяснение: Чемодан весит меньше 20 кг, его можно сдать в багаж бесплатно».

Пример 2. «Чемодан сдаст в багаж, а коробку за дополнительную плату».

Пример 3. «Оформить дополнительное место багажа. Объяснение: она весит меньше 20 кг, дополнительное место стоит 1000 р.»

Пример 4. «Чемодан он может положить в место для багажа, которое входит в стоимость билета, и доплатить 1500 рублей за коробку».

**0 баллов:** Другие ответы. Ответ отсутствует.





## Задание 2. «Багаж в аэропорту».

### Вопрос 1.

#### Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ в виде слов – названий предметов
- **Описание задания («объект оценки»)** – сравнение величин; округление величин; прикидка результата сложения двух или нескольких величин
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте и на рисунке; учитывать все условия, находить разные решения практической задачи

### Вопрос 2.

#### Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Интерпретировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 3
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – расчеты с величинами, числами; сравнение, округление величин; прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте; планировать ход решения, делать вывод, объяснять рациональное решение поставленной проблемы

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ  
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ



Мониторинг  
формирования  
функциональной  
грамотности

## Инновационный проект Министерства просвещения РФ «Мониторинг формирования функциональной грамотности обучающихся»

**Цель проекта:** создание *Национального инструментария, обеспечивающего методическое сопровождение формирования функциональной грамотности обучающихся*

*«Мы должны научиться измерять то, что важно, а не то, что легко измерить...»*

*А. Эйнштейн*



## Интернет-ресурсы в помощь педагогам

[https://rikc.by/ru/PISA/2-ex\\_pisa.pdf](https://rikc.by/ru/PISA/2-ex_pisa.pdf) - сборник заданий, направленных на выявление уровня математической грамотности, предложенных обучающимся / студентам (15-летним подросткам) при проведении международного сравнительного исследования PISA. <http://www.instrao.ru> – сайт Федерального государственного бюджетного научного учреждения "Институт стратегии развития образования Российской академии образования".

<https://fioco.ru> – открытые задания исследования PISA

<http://www.centeroko.ru> - Центр оценки качества образования Института стратегии развития образования РАО

[https://adu.by/images/2018/02/Prim\\_zadaniy\\_PISA.pdf](https://adu.by/images/2018/02/Prim_zadaniy_PISA.pdf) - Международная программа PISA. Примеры заданий по чтению, математике и естествознанию

<https://shop.prosv.ru/search?q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F+%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C> – интернет-магазин издательства «Просвещение»

[https://media.prosv.ru/fg/?utm\\_source=uchitel.club&utm\\_medium=webinar&utm\\_campaign=pisa\\_mat\\_gram\\_12\\_08](https://media.prosv.ru/fg/?utm_source=uchitel.club&utm_medium=webinar&utm_campaign=pisa_mat_gram_12_08) - Банк заданий по функциональной грамотности



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ  
ОБРАЗОВАНИЯ  
КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ

**Благодарю за внимание!**

**Ряattelь Александра Владимировна,**  
кандидат физико-математических наук,  
доцент, методист кафедры  
предметных областей  
КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области»,  
Электронная почта: alex\_ryt@mail.ru

